

MARIA JOSÉ COSTA DOS SANTOS

Ensino de Matemática

Discussões teóricas e experiências formativas
exitosas para professores do Ensino Fundamental

COLEÇÃO PUBLICAÇÕES GTERCOA

Vol. 3



Editora CRV - Proibida a impressão e/ou comercialização

Maria José Costa dos Santos

Editora CRV - Proibida a impressão e/ou comercialização

ENSINO DE MATEMÁTICA:
discussões teóricas e experiências
formativas exitosas para professores
do Ensino Fundamental

Coleção Publicações GTERCOA
Volume 3

Editora CRV
Curitiba – Brasil
2022

Copyright © da Editora CRV Ltda.
Editor-chefe: Railson Moura
Diagramação e Capa: Designers da Editora CRV
Imagens da Capa: Freepik.com
Revisão: A Autora

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
CATALOGAÇÃO NA FONTE
Bibliotecária responsável: Luzenira Alves dos Santos CRB9/1506

SA194

Santos, Maria José Costa dos.

Ensino de matemática: discussões teóricas e experiências formativas exitosas para professores do Ensino Fundamental / Maria José Costa dos Santos – Curitiba : CRV, 2022. 148 p. (Coleção Publicações GTERCOA, v. 3).

Bibliografia

ISBN Coleção Digital 978-65-251-2854-2

ISBN Coleção Físico 978-65-251-2853-5

ISBN Volume Digital 978-65-251-3482-6

ISBN Volume Físico 978-65-251-3481-9

DOI 10.24824/978652513481.9

1. Educação 2. Matemática – estudo e ensino I. Título II. Série

2022- 27544

CDD 372.7

CDU 37

Índice para catálogo sistemático

1. Matemática – Estudo e Ensino – 372.7

2022

Foi feito o depósito legal conf. Lei nº 10.994 de 14/12/2004

Proibida a reprodução parcial ou total desta obra sem autorização da Editora CRV

Todos os direitos desta edição reservados pela: Editora CRV

Tel.: (41) 3039-6418 – E-mail: sac@editoracrv.com.br

Conheça os nossos lançamentos: www.editoracrv.com.br

Conselho Editorial:

Aldira Guimarães Duarte Domínguez (UNB)
 Andréia da Silva Quintanilha Sousa (UNIR/UFRN)
 Anselmo Alencar Colares (UFOPA)
 Antônio Pereira Gaio Júnior (UFRRJ)
 Carlos Alberto Vilar Estêvão (UMINHO – PT)
 Carlos Federico Domínguez Avila (Unieuro)
 Carmen Tereza Velanga (UNIR)
 Celso Conti (UFSCar)
 Cesar Gerónimo Tello (Univer .Nacional
 Três de Febrero – Argentina)
 Eduardo Fernandes Barbosa (UFMG)
 Elíone Maria Nogueira Diogenes (UFAL)
 Elizeu Clementino de Souza (UNEB)
 Êlsio José Corá (UFS)
 Fernando Antônio Gonçalves Alcoforado (IPB)
 Francisco Carlos Duarte (PUC-PR)
 Gloria Fariñas León (Universidade
 de La Havana – Cuba)
 Guillermo Arias Beatón (Universidade
 de La Havana – Cuba)
 Helmuth Krüger (UCP)
 Jailson Alves dos Santos (UFRJ)
 João Adalberto Campato Junior (UNESP)
 Josania Portela (UFPI)
 Leonel Severo Rocha (UNISINOS)
 Lídia de Oliveira Xavier (UNIEURO)
 Lourdes Helena da Silva (UFV)
 Marcelo Paixão (UFRJ e UTexas – US)
 Maria Cristina dos Santos Bezerra (UFSCar)
 Maria de Lourdes Pinto de Almeida (UNOESC)
 Maria Lília Imbiriba Sousa Colares (UFOPA)
 Paulo Romualdo Hernandes (UNIFAL-MG)
 Renato Francisco dos Santos Paula (UFG)
 Rodrigo Pratte-Santos (UFES)
 Sérgio Nunes de Jesus (IFRO)
 Simone Rodrigues Pinto (UNB)
 Solange Helena Ximenes-Rocha (UFOPA)
 Sydione Santos (UEPG)
 Tadeu Oliver Gonçalves (UFPA)
 Tania Suely Azevedo Brasileiro (UFOPA)

Comitê Científico:

Adelino Candido Pimenta (IFG)
 Américo Junior Nunes da Silva (UNEB)
 Antonio Iván Ruíz Chaveco (UEA)
 Celso Ferreira da Cruz Victoriano (UMSA)
 Claus Haetinge (UNIVATES)
 Clélia Maria Ignatius Nogueira (UEM)
 Dulce Maria Strieder (Unioeste)
 Gionara Tauchen (UFRG)
 Idemar Vizolli (UFT)
 Ivete Cevallos (UNEMAT)
 Joao Alberto da Silva (UFRG)
 Jorge Carvalho Brandao (UFC)
 Kelly Roberta Mazzutti Lübeck (UNIOESTE)
 Marco Aurélio Kalinke (UTFPR)
 Reginaldo Rodrigues Costa (PUC/PR)
 Silvia Teresinha Frizzarini (UDESC)
 Valberto Rômulo Feitosa Pereira (IFCE)
 Vilmar Malacarne (Unioeste)
 Wellington Lima Cedro (UGF)

Este livro passou por avaliação e aprovação às cegas de dois ou mais pareceristas *ad hoc*.

Editora CRV - Proibida a impressão e/ou comercialização

Ensinar a alegria

“Muito se tem falado sobre o sofrimento dos professores. Eu, que ando sempre na direção oposta, e acredito que a verdade se encontra no avesso das coisas, quero falar sobre o contrário: a alegria de ser professor; pois o sofrimento de se ser um professor é semelhante ao sofrimento das dores de parto: a mãe o aceita e logo dele se esquece, pela alegria de dar à luz um filho. Reli, faz poucos dias, o livro de Hermann Hesse, O Jogo das Contas de Vidro. Bem ao final, à guisa de conclusão e resumo da estória, está este poeminha de Rückert:

Nossos dias são preciosos mas com alegria os vemos passando se no seu lugar encontramos uma coisa mais preciosa crescendo: uma planta rara e exótica, deleite de um coração jardineiro, uma criança que estamos ensinando, um livrinho que estamos escrevendo.

Este poema fala de uma estranha alegria, a alegria que se tem diante da coisa triste que é ver os preciosos dias passando... A alegria está no jardim que se planta, na criança que se ensina, no livrinho que se escreve. Senti que eu mesmo poderia ter escrito essas palavras, pois sou jardineiro, sou professor e escrevo livrinhos. Imagino que o poeta jamais pensaria em se aposentar. Pois quem deseja se aposentar daquilo que lhe traz alegria? (Rubem Alves, 1994, p. 6-7)

Editora CRV - Proibida a impressão e/ou comercialização

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	11
<i>A autora</i>	
PREFÁCIO	13
<i>Prof. Dr. Cleidivan Alves dos Santos</i>	
PARA INÍCIO DE CONVERSA... ..	15
A METODOLOGIA SEQUÊNCIA FEDATHI	17
POLÍTICAS PÚBLICAS: currículo, formação docente e avaliação	37
NÚMEROS	69
OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS ARITMÉTICAS.....	77
AS FRAÇÕES	89
ÁLGEBRA.....	107
GEOMETRIA.....	115
GRANDEZAS E MEDIDAS	127
PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA.....	131
PAUSA NA CONVERSA.....	137
REFERÊNCIAS.....	139
ÍNDICE REMISSIVO	145

Editora CRV - Proibida a impressão e/ou comercialização

APRESENTAÇÃO

A Matemática representa uma área de conhecimento fascinante, mas complexa, sendo assim, relacionar o que se ensina com o que se aprende tem sido desafiante para a prática pedagógica de muitos professores que no século XXI precisam ser designers da aprendizagem, curadores dos conteúdos.

Para estudiosos da formação docente, como Pimenta (1997) a atividade docente é sempre *práxis*, uma vez que essa ação deve necessariamente pressupor a afirmação de uma intencionalidade, que orienta e dá sentido ao ato em si, podendo modificar o objeto de ensino a partir da dimensão de sua intencionalidade em função do conhecimento em movimento, visando à transformação do sujeito aprendiz, a partir da realidade sociohistoricocultural.

Carr (1996) considera que a *práxis* é uma forma de ação reflexiva que pode modificar a teoria que a determina e pode transformar a prática que a concretiza, no movimento em que nem a teoria, nem a prática tem primazia, cada uma transforma e revisa continuamente a outra. Já Freire (1987) considera a *práxis* como uma construção revolucionária que se realiza no diálogo crítico entre *educador e educando*, visando a superação das condições opressoras e alienantes que impedem aos sujeitos a conquista de sua liberdade.

A *práxis* deve ser desenvolvida em atividade conjunta e indissociável mediante os processos de ensino e de aprendizagem – em movimento nas mais diversas salas de aula, refletindo as experiências docentes e discentes, visando a Inovação Pedagógica. Assim, no que se refere à formação docente, a ideia de *práxis* contribui para entendermos uma formação pautada na Inovação Pedagógica, mudança na postura, que submerge a qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem, no caso em tela, da área de matemática.

Esta obra apresenta minha experiência formativa, percurso didático, estratégias pedagógicas baseadas nos pressupostos metodológicos e teóricos de investigações que tenham em sua essencialidade a discussão sobre a formação inicial e continuada, efeitos do currículo e da avaliação (da aprendizagem e em larga escala); propostas de ensino de qualidade; e recursos tecnológicos.

Espero que esta obra contribua para cintilar os desafios e obstáculos, bem como, perspectivas e expectativas que impedem e oportunizam, respectivamente, a consolidação da matemática, e seus processos de ensino e aprendizagem de qualidade.

A autora

Editora CRV - Proibida a impressão e/ou comercialização

PREFÁCIO

É com imensa alegria que aceitei o convite da professora Dra. Maria José Costa dos Santos para prefaciar seu livro intitulado *Ensino de matemática: discussões teóricas e experiências formativas exitosas para professores do Ensino Fundamental*.

A partir de suas vivências no âmbito da formação de professores que ensinam matemática e suas interfaces com o currículo escolar, com a avaliação educacional e da aprendizagem, bem como, seu compromisso de mediadora para a proposição de uma educação de qualidade, a autora nos apresenta com um texto esclarecedor que favorece uma aquisição de conhecimentos acerca das possibilidades de ensinar e aprender matemática de forma significativa e prazerosa. Para tanto, propõe a utilização de diferentes ferramentas e metodologias de ensino que alicerçam a aquisição e efetivação dos conteúdos matemáticos e sua aplicação em situações do cotidiano dos educandos.

A autora inicia a obra descrevendo, de forma objetiva e didática, o surgimento, as contribuições e a forma de planejamento da Metodologia da Sequência Fedathi (SF) como viabilizadora de uma aprendizagem significativa no que concerne aos conteúdos matemáticos. Para esse fim, enriquece e fundamenta seus argumentos em teóricos e/ou autores que são referência na área das temáticas discutidas no livro, além de provocar reflexões com discussões muito propícias acerca da Teoria da Objetivação (TO) a qual possui um alinhamento teórico à metodologia SF, cuja premissa é a formação dos educandos alicerçadas a uma aprendizagem colaborativa pautada na perspectiva das dimensões sociais, culturais e histórica, inclusive a autora mostra a importância da SF e da TO no planejamento e desenvolvimento das aulas no período do Ensino Emergencial Remoto (ERE). É importante mencionar que a pesquisadora também suscita discussões que nos remete a refletir sobre a Insubordinação Criativa (IC) e sua aplicabilidade no cotidiano das instituições educacionais e na prática pedagógica dos professores, gerando, assim, provocações no sentido de se repensar o papel da escola e professor por meio do rompimento de paradigmas preestabelecidos prejudiciais à efetivação de um fazer pedagógico humanizado, humanizador e inclusivo.

Seguidamente, a autora traz discussões teóricas e metodológicas atualizadas e significativas acerca do currículo de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental alicerçando-as na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e, ainda, provoca-nos a repensar as mimesis que permeiam a formação inicial e continuada de professores, de forma específica, as que se referem ao desenvolvimento profissional e à prática pedagógica dos professores que ensinam matemática. Ressaltamos que a estudiosa ainda nos provoca

a perceber a importância das avaliações externas que servem de fio condutor para tomadas de decisão a respeito da implantação e implementação de políticas públicas educacionais que possam melhorar a qualidade do ensino oferecido, bem como o aperfeiçoamento do processo formativo e do fazer pedagógico dos professores.

Com um viés pedagogicamente sistematizado e com contribuições de diferentes autores e pesquisas que estudam e discutem a temática da obra, a autora evidencia a necessidade de uma atenção especial à formação matemática do pedagogo, uma vez que esse profissional precisa apropriar-se dos conteúdos matemáticos e desenvolver competências e habilidades para trabalhá-los de forma satisfatória, criativa e significativa, demonstrando a importância e aplicabilidade dos conteúdos matemáticos trabalhados na sala de aula nas diferentes situações do cotidiano dos alunos e, ainda, reforça que esses conteúdos matemáticos sejam trabalhados nos âmbitos conceituais, procedimentais e atitudinais favorecendo, assim, a formação holística dos educandos.

É salutar mencionar a preocupação e o compromisso trazidos na obra em relação à formação e atuação do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois, de forma harmoniosa, consegue trazer subsídios teóricos, metodológicos, pesquisas desenvolvidas e atividades práticas exitosas que favorecem a curiosidade e o desejo de se conhecer as perspectivas atuais no que se refere ao ensinar e aprender matemática. Ainda nesse contexto educativo esclarecedor e informativo, a autora, traz as unidades temáticas da BNCC no que concerne ao ensino de matemática, bem como a viabilidade de sua aplicação de forma efetiva e eficaz no desenvolvimento da prática pedagógica dos professores.

É indiscutível a importância e as contribuições do presente livro para elucidar alguns equívocos construídos historicamente em relação ao ensinar e aprender matemática, pois as constatações da autora, por meio de seus estudos e das atividades práticas que desenvolvem como pesquisadora e como professora formadora de professores apresentadas aqui, desvelam-nos o seu compromisso de suscitar discussões que desencadeiam a aplicabilidade dos conteúdos matemáticos de forma significativa e prazerosa, tornando-os essenciais no processo de formação e atuação de cidadãos críticos e compromissados com a sociedade na qual estão inseridos.

Prof. Dr. Cleidivan Alves dos Santos
Universidade Federal do Delta do Parnaíba – UFDPar
Piauí, 11 de julho de 2022.

PARA INÍCIO DE CONVERSA...

Sabemos que o currículo tem passado por uma discussão em nível nacional, mais efetivamente pode dizer que a partir da promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDBEN) nº 9.394/96, e vem ganhando força e adesão, com a Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014, que promulga o Plano Nacional de Educação (PNE; BRASIL, 2014).

Os efeitos dessas ações apontam que o governo, a sociedade e os educadores das esferas municipal, estadual e federal têm se mostrado bem preocupados com a [re]organização curricular, e a estruturação de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC; BRASIL, 2018) se apresenta como elemento importante nesse cenário de disputas por território epistêmico.

O Currículo em alguns casos, na escola, é tido como uma seleção política de conteúdos considerados válidos, comportamentos considerados aceitáveis/desejáveis/necessários a partir de regras postas como intransponíveis e de documentos oficiais considerados importantes, em um determinado capital sociocultural e histórico, carregado de ideologias dos mais variados segmentos.

As reflexões sobre as Matrizes Curriculares dos cursos de graduação, ancoradas na ideia de um currículo reflexivo e em movimento, devem apresentar propostas de impactos à vida do indivíduo, como sujeito ativo e dialógico – em formação, e, nesse sentido, o currículo se apresenta como um influenciador da formação profissional inicial.

Seja formal, informal ou oculto, o currículo deve ser vivenciado pelo sujeito em ação e deve ser multifacetado/multicultural. Com essa compreensão, destacamos uma concepção importante de currículo, a qual pressupõe uma visão de superação de algo que deve ser formal e cumprido apenas no âmbito escolar, para uma ideia de currículo global em constante construção/reconstrução, para atender às necessidades do sujeito cognoscente, que deve ser respeitado em suas diferenças culturais.

Ressaltamos, pois, a importância de ao repensar o sentido de currículo, a partir da observância às matrizes curriculares dos cursos de graduação, que se considere também a relação teoria e prática, num movimento que compreende a *práxis*.

Mais especificamente, discutimos sobre o currículo que afeta diretamente a formação profissional do responsável pelo ensino de matemática na educação básica, e assim se constitui num desafio que atribui responsabilidade sobre o que deve ser ensinado, no entanto, essa escolha é uma tarefa carregada de elementos ideológicos e políticos, de um grupo ou grupos (muitas vezes antagônicos), e sem clareza do que de fato é relevante para os sujeitos em processo de aprendizagem – em formação.

Almejamos apresentar as nuances legais, metodológicas, teóricas e práticas de *ensinar e aprender* matemática no século XXI, reforçadas nos estudos do Grupo de Estudos Tecendo Redes Cognitivas de Aprendizagem (G-TERCOA/CNPq), o qual vem desenvolvendo pesquisas no contexto da formação continuada e inicial dos professores que ensinam matemática na educação básica. Fundado no ano de 2014 na Universidade Federal do Ceará (UFC), no âmbito da Faculdade de Educação (FACED), foi registrado no CNPq no ano de 2015, como um grupo de estudos e pesquisas com um olhar interdisciplinar na formação dos professores que ensinam matemática direcionando os estudos para o tripé da Universidade: pesquisa, ensino e extensão.

O grupo reúne pesquisadores, doutorandos, mestrandos, graduandos e professores da Rede Básica e do Ensino Superior, além de pesquisadores internacionais, por meio de projetos de pesquisa em rede intelectual. Tem realizado diversos eventos, seminários, oficinas e encontros, estaduais e interestaduais, de grande importância para a formação inicial e continuada dos profissionais que atuam na Matemática.

Para saber mais sobre as publicações do grupo, participar das formações e dos eventos, acesse em: <https://gtercoa.ufc.br/pt/publicacoes/>.

Por fim, queremos enfatizar que a formação do professor considere sua epistemologia, seus saberes da docência, e que esses saberes venham contribuir de forma eficaz para subsidiar a *práxis*, fazendo-o vivenciar experiências que o leve a associar o que aprende com o que vai lecionar, minimizando a polarização que de um lado apresenta o Instrucionismo (tradicional) e de outro Construtivismo (Intuicionista).

Em que na sala de aula tradicional, o professor dá aos alunos vários exemplos do conceito a ser aprendido; define o conceito; insere no processo vários exercícios de fixação e depois, por meio de uma “avaliação objetiva”, verifica se os alunos aprenderam. No outro modelo de sala de aula, que o autor caracteriza como intuicionista, os alunos são os protagonistas, o professor organiza as atividades estruturadas; trabalha o erro com contraexemplos; estimula a criação de outros conceitos; estimula outras formas de trabalhar o conteúdo e avalia os alunos por meio de projetos integradores contínuos. Considerando que no primeiro exemplo de sala de aula, a quantidade é mais importante, mas já no segundo exemplo de sala aula, o professor se preocupa com a qualidade dos conceitos trabalhados, Morin (2010) nos provoca a reflexão: mais vale uma cabeça cheia ou uma cabeça bem-feita?

A METODOLOGIA SEQUÊNCIA FEDATHI

A Sequência Fedathi (SF) é uma metodologia de ensino, idealizada pelo Prof. Dr. Hermínio Borges Neto, coordenador do Laboratório de Pesquisa Multimeios-MM (<http://www.multimeios.ufc.br>), e tem como princípio pedagógico e formativo a mudança de postura do docente, a partir de ações que coloquem o aluno em situação de aprendizagem. É direcionada para a melhoria da *práxis* pedagógica visando à postura adequada do professor, e pode ser utilizada em diversas áreas de conhecimento partindo da premissa de que uma construção deve ser executada, integrando o projeto teórico e prático em ações didáticas concretas. A SF tem como princípio teórico contribuir para que o professor supere os obstáculos epistemológicos e didáticos que ocorrem durante a abordagem dos conceitos em sala de aula.

Para Bachelard (2002), um obstáculo não só causa a estagnação da construção do pensamento científico, mas também contribui para o seu retrocesso. Mas na SF esses obstáculos são relevantes, pois interferem diretamente nos processos de ensino e de aprendizagem, colaborando no desenvolvimento qualitativo do trabalho pedagógico em sala de aula.

Nas aulas de matemática, a SF enuncia na ação docente, que uma situação-problema deve conduzir o estudante a passar pelas etapas do trabalho de um matemático, assim, ele deve: a) interpretar os dados da situação que lhe foi apresentada; b) desenhar e desenvolver as variáveis que se apresentam na solução; e, c) testar e validar as soluções conjuntamente com o professor – a prova, e isso ocorre, frente a um processo investigativo que ouse uma formação nessa direção.

Polya (1978) propunha a resolução de problemas e o desenvolvimento heurístico como uma didática reflexiva no ensino de matemática, fundamentada na heurística de resolução de um problema, em quatro fases: a) Compreender o enunciado; b) Planejar a resolução; c) Resolver o problema; e, d) Verificar a solução. Para o autor resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano, você pode aprendê-la por meio de imitação e prática, por exemplo, se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom “resolvedor de problemas”, tem que resolver problemas.

Para a SF devemos colocar o estudante na posição de um matemático, por meio do processo de investigação (*pesquisar*) e resolução de problemas, a fim de estabelecer a relação entre os processos de ensino e de aprendizagem (*educar*), a partir das necessidades didáticas do trabalho do professor.

Em Polya (1978), a centralidade de sua proposta está no desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas dos estudantes, na SF a centralidade

está na maturação e vivência do problema pelo aluno, valorizando mais o processo que o resultado.

Na SF, o papel do professor se dá a partir de uma situação-problema a qual ele deve propor ao aluno, para ele como professor, tenha uma experiência significativa de ensino, a partir de uma experiência matemática expressiva que não apresente o saber matemático estruturado apenas como produção intelectual, mas também como uma estrutura cultural que envolve a própria compreensão e os significados do que é ser um matemático, com seus desafios, dificuldades e fascínios que a área impõe.

A importância da SF para o trabalho do professor compreende todas as áreas de atuação, porém fica mais evidente, ao pensarmos sobre as aulas de Matemática, pois é comum o professor lançar uma situação-problema e resolvê-la em seguida sem dar oportunidade ao estudante de experienciar, pesquisar. Isso para a SF é inconcebível, pois uma das principais contribuições dessa metodologia, são as fases em que ela divide não o trabalho do professor e do aluno em sala de aula, mas destaca e assinala os papéis e a importância desse trabalho, são elas: tomada de posição, maturação, solução e prova. Nas fases tomada de posição e prova, o professor se destaca mais, e na maturação e solução, se evidencia mais o trabalho dos estudantes, pois é nesse momento que eles buscam compreender melhor os conceitos, para enfim (re)construí-los.

Santos (2007) destaca que a SF nas formações docentes tem se mostrado eficiente, e os professores que passam por essa perspectiva formativa destacam que as condições e possibilidades metodológicas para o trabalho significativo em sala de aula, favorece mudanças no comportamento didático, proporcionando a valorização da investigação em sala de aula.

Sobre as contribuições da SF no ensino de Matemática, destacamos os trabalhos de Santos (2007) e Lima (2007) por serem os primeiros a discutirem a formação inicial e o ensino de matemática com o uso da SF, a partir de oficinas pedagógicas.

Lima (2007) em sua pesquisa de doutorado *“A matemática na formação do pedagogo: oficinas pedagógicas e a plataforma TelEduc na elaboração dos conceitos”*, a autora investigou a contribuição da SF na constituição de conceitos matemáticos básicos: número, sistema de numeração decimal, operações fundamentais, geometria e medidas. O estudo foi realizado na formação inicial do pedagogo utilizando oficinas pedagógicas e a plataforma virtual TelEduc Multimeios.

A pesquisa foi desenvolvida com 42 alunos da disciplina *Ensino de Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental*, oferecida pelo Curso de Pedagogia da Universidade Federal do Ceará-UFC, nos semestres de 2005.2 e 2006.1.

A autora enfatiza que o estudo proporcionou aos alunos uma reflexão sobre como lidar com a Matemática na escola, numa perspectiva de um ensino

melhor e de qualidade. Destaca que possibilitou uma discussão mais aprofundada dos conteúdos, desconstruindo conceitos preestabelecidos, em muitos casos, equivocados. Ela constatou que as discussões, orientações e sugestões vivenciadas no curso favoreceram aos estudantes uma análise crítica das atitudes de seus antigos professores que tiveram na sua vida escolar, revelando que o tratamento dado à Matemática – difícil, incompreensível, inacessível, cheio de fórmulas – foi bem diferente da abordagem na disciplina.

Já Santos (2007) em sua pesquisa de mestrado trabalhou a Sequência Fedathi e o reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas, a fim de ampliar a aprendizagem dos estudantes de Pedagogia e contribuir em sua futura ação didática, em matemática. Os resultados foram relevantes, pois a metodologia contribuiu para subsidiar a formação dos pedagogos, aliada a outras teorias, enriqueceram os resultados da pesquisa. Para a autora, a SF ampliou as possibilidades didáticas em sala de aula. Vejamos essa relação estabelecida em Santos (2007) em sua pesquisa de mestrado, no quadro 1 em que relaciona as perspectivas de aprendizagem em Piaget e as de ensino em Fedathi.

Quadro 1 – Piaget x Fedathi

Percepção de aprendizagem	Construtivista	Construtivista
Pesquisadores	Piaget (Psicologia Cognitiva e Epistemologia Genética)	Fedathi (mais técnico, porém não despreza o psicológico)
Conhecimentos	O conhecimento é construído individualmente considerando esquemas anteriores	O conhecimento se constrói mediado pelo professor e pelo meio (ferramentas)
Aprendizagem	Construção ativa, que se dá por meio de reestruturação de conhecimentos já elaborados	Construção cooperativa, construída com a ajuda dos colegas, do professor e do meio
Ensino	Descobertas e interação do sujeito com o objeto extraído da realidade	Construção coletiva, ou individual (Intuicionismo)
Papel do professor	Facilitador/observador	Mediador/coparticipante
Papel dos outros indivíduos	Não necessários, mas podem estimular o raciocínio	Importante, pois podem suscitar questionamentos que facilitarão os desequilíbrios/equilíbrios

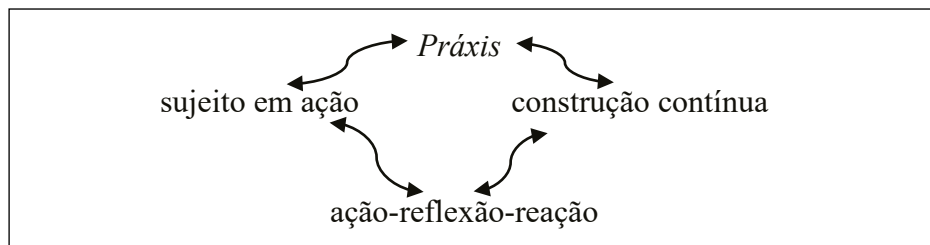
Fonte: Santos (2007, p. 57).

Em conformidade com os estudos de Santos (2007) que se preocupa como os alunos *aprendem* e como os professores *ensinam*, compreendemos que o conceito de prática deve ser ampliado integrando teoria e prática – *práxis*, estabelecendo uma relação de interdependência, mas também de autonomia que contemplem esses processos formativos. Para o professor alcançar a *práxis*, deve inter-relacionar de um lado o ideal-teórico, e de um outro lado

o material-prático, mas, como assinala Santomé (1991) sem a separação do que seja ideal ou material, mas sempre conectados pela *práxis*.

Nesse movimento sobre a *práxis*, vimos que ao mesmo tempo que o sujeito age, ele reflete e ao refletir ele reage, num processo de idas e vindas, envolvendo ação-reflexão-reação da prática à teoria, num processo de construção mútua e contínua para a *práxis*.

Figura 1 – *Práxis*



Fonte: Elaboração própria.

A importância de uma metodologia que envolva esses pressupostos, e vise a superação do ativismo docente, colocando em primeiro plano a reflexão sobre a ação didática, promovendo uma avaliação do trabalho realizado em sala de aula, privilegiando a ação discente, é o que esperamos de um professor forjado na SF.

Apresentamos a SF, como uma metodologia voltada à melhoria da prática pedagógica visando à *postura adequada* do professor em sala de aula, a partir de ações que coloquem o aluno em situação de aprendizagem, e o professor em situação de ensino, ambos em processos ativos. Para esses processos, é a *postura docente* a principal mudança que deve ocorrer, e essa transformação é subsídio para as ações didáticas qualitativas que ocorrem *antes, durante e depois* da sessão didática¹ – a aula.

A SF, como já dito, visa que o professor proporcione ao estudante a reprodução das etapas do trabalho de um matemático quando este está diante de uma situação-problema e se apropria dos dados da questão e desenvolve diferentes possibilidades de solução. Essa metodologia, tem como princípio didático e formativo, que o aluno seja desafiado por uma situação-problema e que ao apresentar possíveis *erros* que o professor possa reinvestir no trabalho docente, para que o discente trabalhe novamente para a reconstrução do saber em questão, de forma consciente.

¹ Uma sessão didática, nos pressupostos da SF, é o planejamento do que deve ocorrer antes, durante e depois do momento da aula, obedecendo aos princípios previstos na análise teórica e análise ambiental (SANTOS, 2018).

Na SF o conhecimento se constrói mediado pelo professor, e a aprendizagem é uma construção colaborativa, entre – professor e aluno, pois o ensino é uma ação baseada na descoberta, pesquisa e com coparticipação, e a postura discente constitui-se como a recíproca dessa postura docente, em fases epistêmicas.

Tomada de posição – fase 1: consiste na apresentação de uma situação desafiadora que pode ser na forma escrita, verbal, por meio de jogos, ou de outro modo, podendo ser realizado em grupo ou individualmente, mas que proporcione ao aluno a possibilidade de investigação e descoberta.

Maduração – fase 2: representa o momento em que o estudante busca identificar e compreender as variáveis envolvidas na situação ofertada pelo docente. Nessa ocasião, o professor pode mediar pedagogicamente levantando algumas questões que ajudarão o aprendiz no levantamento das hipóteses e entendimento do problema, caso seja necessário, pois é o momento discente. As questões podem ser: O que é pedido no problema? Quais são os dados fornecidos? É importante que o professor conheça bem o que o problema solicita, pois lhe possibilitará elaborar perguntas do tipo: *esclarecedoras, estimuladoras e reflexivas*.

Solução – fase 3: sinaliza o momento em que o aprendiz representa e organiza esquemas para encontrar a resposta. Diante das soluções apresentadas, o professor deve oferecer contraexemplos e contraperguntas, promovendo desequilíbrios cognitivos no estudante, mas não como sujeitos cognitivos simples, mas conscientes e ativos, para promover conhecimentos e esclarecimentos das hipóteses, ora levantadas.

Prova – fase 4: delinea a etapa em que o estudante e professor fazem a verificação/validação da solução encontrada confrontando o resultado formal com os dados/soluções apresentadas. Na ocasião, o professor deve fazer uma analogia com os modelos científicos preexistentes, a fim da formalização do conhecimento construído pelo aluno, provocando maiores reflexões sobre os conceitos em movimento.

Essas fases são antecedidas, pensadas e planejadas do momento inicial que na SF chamamos de momento da preparação da “sessão didática”, que compreende os níveis da SF denominados de análise teórica e da análise ambiental, interligados ao momento da vivência das fases da SF.

Destacamos que a principal contribuição dessa metodologia é primar pelas fases da maturação e da solução, que comumente não ocorrem em sala de aula, pois o que ocorre mais frequentemente nas aulas de Matemática, é o professor lançar um problema matemático, e logo em seguida resolvê-lo, sem oportunizar ao estudante de experienciar a redescoberta da Matemática.

Todo saber deve ser construído pelo estudante, e apresentamos no quadro 2, a organização de como deve ser a “ação didática” em sala de aula, à luz da SF, mas trazendo alguns novos níveis para reflexões.

Quadro 2 – Sequência Fedathi: organização da ação docente

Vivência metodológica a partir dos pressupostos da Sequência Fedathi	
Nível 0: Preparação – Organização didática do professor, com análise ambiental, análise teórica (<i>Plateau</i>) e elaboração da sessão didática – a aula.	
Nível 1: Vivência – Desenvolvimento e execução da sessão didática na sala de aula.	1.ª etapa: Tomada de Posição – Definição do Acordo Didático e apresentação de uma situação desafiadora.
Nível 2: Labor – Desenvolvimento e execução da sessão didática na sala de aula (fazer junto).	2.ª etapa: <u>Maturação</u> – resolução do problema pelos alunos, com a mediação do professor por meio de perguntas do tipo: esclarecedoras, desafiadoras, estimuladoras.
Nível 3: Produção – exposição do conhecimento construído que deve ser suficientemente complexo para favorecer a discussão entre aluno-aluno, alunos-grupos, alunos-professor.	3ª etapa: <u>Solução</u> – socialização e confronto dos resultados encontrados pelos alunos. Uso de contraexemplos e contraperguntas para subsidiar acertos e possíveis erros.
Nível 4: Análise – postura docente e postura discente diante da culminância dos processos de ensino e aprendizagem.	4ª etapa: <u>Prova</u> – o professor faz a formalização e/ou generalização do modelo matemático construído pelo aluno.
Nível 5: Avaliação – deve ser vista pelo professor como um ato inclusivo e acolhedor. Processo de reinvestimento na aprendizagem, que ocorre continuamente visando a transformação discente.	

Fonte: Adaptado de Sousa (2015).

É na sala de aula sob a ótica do labor que os alunos não são reduzidos ao papel de sujeitos cognitivos simples. A sala de aula emerge como um espaço público de debates em que os alunos são encorajados a apresentar suas respostas para os outros, com responsabilidade, solidariedade, cuidado e consciência.

A sala de aula torna-se o espaço de encontros entre professores e alunos, ou seja, espaço de encontros, dissidência e subversão, de indivíduos que intervêm, transformam, sonham, apreendem, sofrem e esperam juntos (RADFORD, 2016).

É nesse contexto que o professor deve propor tarefas e problemas que levem à objetivação do conhecimento, e os problemas devem ser suficientemente complexos para favorecer o surgimento de várias formas de abordar/ resolver o problema e, assim, engendrar a discussão.

Nesse sentido, falamos a seguir do momento do planejamento das oficinas, a partir das premissas da metodologia SF.

1.1 O planejamento na Sequência Fedathi

Na SF o planejamento da “sessão didática” – termo utilizado na metodologia SF para assim definir mais amplamente o conceito convencional de aula – é a fase de organização didática do trabalho pedagógico, contemplando variáveis que constituem *o antes, o durante e o depois da sala de aula*.

É nesse momento que são considerados dois elementos fundantes da metodologia: (a) análise ambiental; e (b), análise teórica; as quais atendem, respectivamente: i) a análise do *plateau* (nível de conhecimento, experiência do aluno e nivelamento cognitivo); e, ii) escolhas do material pedagógico adequado ao *lôcus* e ao público.

Para a realização da Sessão Didática-SD, o professor estabelece o *Acordo Didático* a fim de preservar o bom andamento e a participação dos alunos nas atividades. O acordo didático – para a SF é o conjunto de preceitos que entrelaça a cumplicidade didática na sala de aula entre o tripé: professor – conteúdo – aluno e deve estar claro no planejamento, e coerente com as demandas da sala de aula e em conformidade com a realidade e as expectativas dos alunos.

Salvaguardado esses elementos iniciais, seguimos para a fase da tomada de posição, a qual é caracterizada pelo momento em que o professor lança uma situação-problema para os alunos, em forma de pergunta – ponto de partida da sessão didática *in locus*. A tomada de posição adota como referência o *plateau*. Para a SF, normalmente, quando os alunos não dominam o pré-conteúdo (conteúdos que envolvem a base conceitual a ser apreendida), esse avanço necessita de mais atividades ou interpretações variadas, usando mais analogias, contraexemplos, bem como contraperguntas e perguntas reflexivas e desafiadoras, colaborando para o desenvolvimento do *plateau*.

O uso da pergunta para a SF possibilita ao docente identificar possíveis “erros” e verificar os resultados encontrados no sentido de encontrar a solução mais geral. Para Sousa (2015) a pergunta deve ser usada como estratégia de mediação e deve fomentar no aluno *reflexão e ação* para a investigação. O autor ainda destaca que caso o aluno mostre desinteresse para resolver o problema proposto, que o professor faça perguntas a ele que o coloque em situação de desafio e o estimule a buscar uma solução.

Na SF os questionamentos têm papel importante na orientação do raciocínio dos estudantes, pois serve para designar as indagações dos professores aos alunos e dos alunos aos professores, e assumem o papel de mediação dialética entre professor e aluno com o objetivo de favorecer a imersão do discente à prática do docente no que se refere ao conteúdo que este pretende ensinar, sob a compreensão que o saber deixa de ser um produto e passa a ser visto como processo em constante reflexão, construção/ reconstrução e relação com o todo social.

Sousa, Lima, Santos, Lima e Borges Neto (2013) ao vivenciar a SF com docentes e alunos, perceberam os tipos de perguntas que os alunos faziam aos professores. Assim, Sousa (2015), desenvolveu a caracterização dessas perguntas.

Quadro 3 – Tipos de perguntas em Sousa (2015)

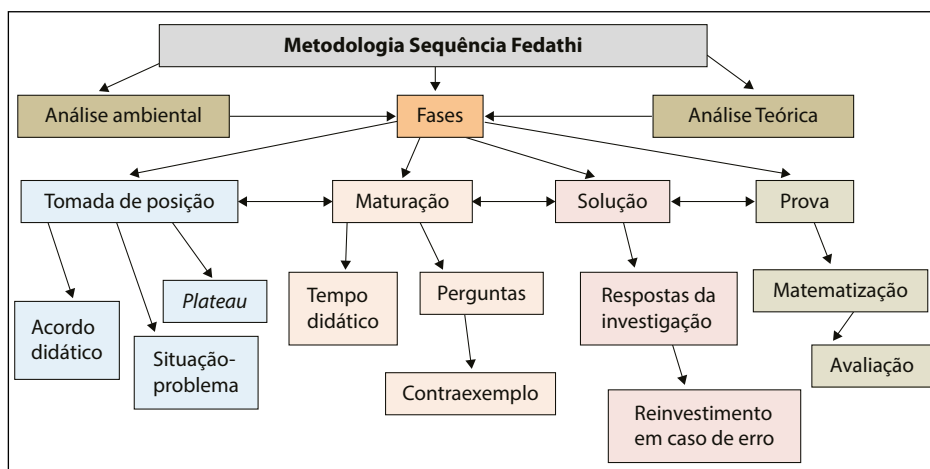
Tipo de perguntas	Descrição	Análise
Dúvidas	manifestam-se por parte dos alunos, geralmente no início da resolução sobre a forma de representação da resposta ou dos conceitos aplicáveis à resolução do problema ou mesmo da solicitação de que o professor, indique o caminho inicial da resolução ou resolva um problema parecido; b) reflexões: na maioria das vezes, surgem quando os alunos já conseguiram elaborar algum tipo de solução e passam a indagar se está correta, se atende às condições propostas pelo problema e se existem outras formas de resolver a questão; c) hipóteses: aparecem quando os alunos buscam o caminho para constatar ou testar se suas respostas estão realmente corretas (p. 28).	“... é conveniente não fazer perguntas em que um “sim” ou um “não” sejam suficientes como respostas, nem atender às perguntas dos estudantes com esse tipo de resposta”. Eles lembram ainda que no momento de mediação vale o uso de perguntas que provoquem as certezas e as dúvidas dos estudantes diante do problema em questão” (p. 44).
Esclarecedoras	objetivam verificar o que e como os alunos estão entendendo em se tratando do problema apresentado, [...]. Sua principal função é proporcionar o <i>feedback</i> ao professor; b) perguntas estimuladoras: têm como propósito levar o aluno a fazer descobertas. Devem estimular o pensamento criativo, podendo suscitar uma cadeia de outros questionamentos [...], a fim de conduzir a uma determinada conclusão; c) perguntas orientadoras: são aquelas em que o professor leva o aluno a tentar estabelecer compreensões e relações entre o problema e o caminho a seguir para chegar à solução (p. 26-28).	

Fonte: Sousa (2015).

Para a SF a pergunta auxilia no processo de equilíbrio/desequilíbrio, com a finalidade de impulsionar o aluno à investigação, e desafiá-lo a sair da sua zona de conforto e assumir o papel de pesquisador, objetivando encontrar respostas para a situação-problema apresentada pelo professor.

Ainda sobre a pergunta, há um investimento em torno da pergunta por ser considerada fundamental nos processos de ensino e de aprendizagem do aluno, seja a pergunta que o professor faz aos alunos, como a pergunta que os alunos fazem ao professor, é preciso observar com cuidado para garantir que as respostas não se reduzam a uma única palavra – sim ou não. A seguir a figura 2 apresenta elementos que compõem a SF.

Figura 2 – Etapas da preparação da Sessão didática



Fonte: Santos (2018, p. 88).

A figura acima apresenta um resumo dos princípios teórico-metodológicos que constituem a Sequência Fedathi (SF) visando: (a) preparar os docentes para a melhoria da prática pedagógica; (b) mudança de postura desse profissional em sala de aula; (c) uma formação continuada de qualidade; e (d) contribuições para superação dos obstáculos que impeçam a compreensão de conceitos matemáticos durante o processo de aprendizagem do aluno.

Sobre a figura 2, as fases estão em constante movimento didático, e podem mudar de lugar, a depender do professor e aluno, e do modelo didático em pauta. Vejamos a presença desses pressupostos nas oficinas pedagógicas a seguir.

1.2 Oficinas pedagógicas à luz da SF

A formação desenvolvida por meio de oficinas pedagógicas, e planejadas seguindo os pressupostos da Metodologia Sequência Fedathi (SF), promovem o desenvolvimento das variáveis que constituem Sessões Didáticas (SD) que compõem Sequências Didáticas (SqD).

Nesse caso, as oficinas de matemática foram pensadas visando a melhoria no quefazer docente no que se refere os conteúdos matemáticos trabalhados pelos professores em sala de aula.

Para Santos (2007, p. 59), a oficina pedagógica, pressupõe trabalhar a aprendizagem de forma semelhante as situações vivenciadas pelos alunos em sua vida cotidiana. Para a autora, as oficinas pedagógicas proporcionam ao ambiente da sala de aula, o desenvolvimento da criatividade e da descoberta.

Apresentamos a seguir uma experiência com o uso de oficinas pedagógicas, na formação matemática. Inicialmente as oficinas foram realizadas na sala de aula convencional e, depois continuadas no laboratório de informática, para a realização de atividades numa plataforma virtual de aprendizagem, a saber a plataforma TelEduc (<http://teleduc4.multimeios.ufc.br>) a qual possibilitou: a) trabalhar as atividades a distância; e b) o contato diário com os formadores e coordenadores.

As oficinas pedagógicas foram planejadas à luz da SF, e aconteceram no período de dois meses, maio/junho de 2019, sendo a carga horária do conjunto de oficinas de 64h/a, distribuídas em 24h/a presenciais e 40h/a *on-line*.

Foram planejados seis (6) sessões didáticas, sendo quatro (4) para efetivos trabalhos de conteúdos matemáticos, e dois para compreensão das variáveis locais – hipóteses levantadas, análises do conteúdo, e desenvolvimento dos conhecimentos prévios (*plateau*).

Para o bom desempenho das oficinas pedagógicas foi necessário conhecer bem o conteúdo, ter conhecimentos básicos sobre a ferramenta tecnológica (TelEduc) usada na formação, e reconhecer o perfil do público.

Logo no primeiro encontro, os formadores e cursistas firmaram o Acordo Didático (AD) sobre como seriam as atividades formativas, como deveriam participar. Os formadores esclareceram as condições necessárias para que as ações fossem desenvolvidas com competência, dinamismo e responsabilidade, e os cursistas falaram de suas expectativas.

O AD é relevante, pois estabelece regras didáticas e fortalece o trabalho pedagógico, esclarecendo que papel cada sujeito deve assumir diante do trabalho pedagógico, colaborando também na análise do *plateau* (nível cognitivo), a partir de atividades preliminares.

Sobre os conteúdos matemáticos abordados, esses envolviam os blocos de conteúdos indicados nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática-PCNM, a saber: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas, e tratamento da informação (BRASIL, 1997).

Durante a formação, foi possível identificar “erros” nas respostas dos cursistas às situações-problema, mas para a SF os “erros” não são pensados no sentido de “punir”, “medir”, mas para proporcionar um reinvestimento na aprendizagem, a partir da concepção de avaliação da SF, pois na SF a avaliação é pensada como instrumento de validação da aprendizagem, colocando em “*xeque*” o ensino, com a finalidade de reorganização/reinvestimento/replanejamento para as próximas situações de aprendizagens.

Ainda sobre o “erro” os formadores compreendiam como se revelavam os processos de raciocínio e as superações necessárias para a construção do conhecimento lógico-matemático, e logo contribuíam para o reinvestimento na aprendizagem.

Durante as oficinas, a avaliação dos cursistas se deu pelo desempenho construtivo na manipulação dos materiais didáticos (digitais e analógicos), e na (re)elaboração dos conceitos, durante a realização das atividades, como: apresentação de seminários e videoaulas. Assim, os obstáculos conceituais eram trabalhados pelos cursistas e mediados pelos formadores, a fim de levá-los a “*pensar para aprender a fazer fazendo o que ainda não sabe fazer, mas pode aprender*” (SANTOS, 2005).

Frente a alguns depoimentos dos cursistas retirados dos fóruns de discussão na plataforma TelEduc, destacamos o do cursista A, que diz, [...] *o curso nos mostrou que podemos mudar esse pensamento de aprendizado, tendo várias maneiras de abordagem e vários métodos de ensino, inclusive com a Sequência Fedathi que nos mostra que a mudança deve começar pelo Formador.*

Concordamos que as oficinas proporcionaram aos cursistas vivenciarem a partir da SF uma proposta de ensino significativa, baseada numa prática pedagógica mais consciente, a partir de um dispositivo pedagógico, que possibilitasse: a) o estudo do ambiente criado pela atividade; b) organize a decomposição do tempo didático, relativa ao comportamento dos estudantes; c) considere os efeitos do acordo didático; d) gerenciamento dos erros, para a formulação, sistematização e reinvestimento; e) realização das tarefas pessoais; e, por fim, a f) discussão sobre o dispositivos de avaliação, que ser adequado às atividades e aos sujeitos.

1.3 Reflexões pedagógicas e a formação continuada

A formação continuada deve partir da demanda e organização dos próprios professores. Para a SF a formação pode acontecer nos mais variados espaços, seja presencial ou virtual, na escola ou fora dela. Mais importante que o espaço de formação é que se fale da importância da valorização da profissão professor, condições de trabalho dignas e formação de qualidade.

Para Santos (2012, p. 49), *o que caracteriza um trabalho profissional de qualidade é a realização de uma boa prática, e só existe boa prática com sólida formação teórica*, e isso nos remete a discussão inicial sobre a importância da *práxis*.

As formações, especialmente na área da Matemática, na visão dos professores cursistas, são sempre bem-vindas, pois eles sentem muita dificuldade em trabalhar os conteúdos matemáticos de forma prática e dinâmica, por serem na maioria originários de cursos de Pedagogia, e nas Matrizes Curriculares de seus cursos, não terem carga horária formativa suficiente para lidar com a Matemática em sala de aula na escola.

Para os autores Aguiar e Ortigão,

Existe na literatura educacional uma pluralidade de concepções acerca da palavra currículo; cada uma pressupõe valores e concepções implícitas. O currículo pode ser entendido como o programa de ensino, os conteúdos ou matriz curricular (ORTIGÃO; SZTAJN, 2001), ou mesmo, as ações que circulam na escola (AGUIAR; ORTIGÃO, 2012, p. 4).

Baseados nessa perspectiva de currículo, compreendemos importante visitar algumas estruturas curriculares de cursos de formação de professores – em especial da Pedagogia e a presença da matemática na Matriz Curricular desses cursos.

Quadro 4 – Análises da carga horária de Matemática

IES	Carga horária	Carga horária docência/ensinos	Carga horária docência Matemática
Pública A	3216	384h/a	96h/a
Pública B	3315	320h/a	80h/a
Pública C	*	180h/a	60h/a
Pública D	3205	480h/a	120h/a
Privada E	3200	360h/a	120h/a

Fonte: Santos (2020, p. 34).

A carga horária de matemática nas Matrizes Curriculares dos Cursos de Pedagogia, refletem suas necessidades didáticas e epistemológicas de buscar a formação continuada na área.

A pesar dos obstáculos enfrentados pelos cursistas para comparecerem as oficinas presenciais, tivemos o número de concludentes maior que o esperado, e os depoimentos colhidos antes, durante e depois dos encontros presenciais e na plataforma TelEduc, apontam que formadores e cursistas se sentiam satisfeitos com a metodologia, *lôcus* e resultados da formação.

Sobre os depoimentos, o formador A, responsável pelo bloco de Tratamento da Informação (Estatística) destaca que, [...] *a metodologia Sequência Fedathi aplicada no curso de formação foi de extrema importância para o meu enriquecimento acadêmico e profissional no ato de planejar a oficina (antes, durante e depois das atividades aplicadas em sala).*

Ele ainda destaca que [...] *Sobre o conteúdo, metodologia, recursos etc. parabenizando a todos da importância da Universidade Federal do Ceará – Faculdade de Educação que está mais atuante e próximo aos participantes e futuros participantes do mundo da educação matemática.*

O formador A, ao relatar sua experiência e seus sentimentos sobre a metodologia SF, destaca que suas impressões são fundamentadas a partir das análises dos depoimentos dos cursistas na plataforma TelEduc.

Apresentamos também o depoimento do cursista B, mais efetivamente enfoca as dificuldades vividas e questões sobre o tempo didático, ressaltando que não foi suficiente para desenvolver mais efetivamente as ações pedagógicas, e ressalta que

[...] o curso foi formado por uma grande equipe de professores de grande qualidade o que na minha concepção nos trouxe bastante conhecimentos para que possamos ter novas metodologias para trabalhar em sala de aula, o que infelizmente não foi muito bom foi a questão do tempo devido ter sido muito rápido, mas espero que no próximo haja uma carga horária maior (CURSISTA B).

O formador B destaca a importância de uma formação pautada na *práxis*, por entender a importância do sentido para o fazer pedagógico, e enfatiza, [...] *escolhi trabalhar com os conceitos a respeito da localização. Como o foco eram atividades práticas para que os professores pudessem reproduzi-las em sala de aula me apropriei de materiais de fácil acesso aos professores para fundamentar minha oficina.*

As oficinas seguiram as fases da SF: *tomada de decisão, maturação, solução e prova*, distribuídas em dois momentos: I) **o primeiro momento** – foi o planejamento das atividades presenciais e a distância entre os formadores e os alunos da graduação e pós-graduação envolvidos nas formações, assim como, a preparação do Ambiente Virtual de Aprendizagem – TelEduc/Multimeios; e, II) **o segundo momento** – a realização experimental da proposta, em que aconteceram os momentos presenciais e a distância.

Para melhor acompanhar os cursistas, optamos por dividir o total de inscritos em 4 grupos, cada grupo ficou com aproximadamente 50 cursistas. Cada grupo ficou sob a responsabilidade de um formador (pós-graduando) que contava com o auxílio de um bolsista (graduando), e todos sob a égide da coordenadora do projeto.

O formador C, assinala, [...] *não poderia deixar de enfatizar os vários momentos produtivos que tivemos principalmente presenciais com a Oficina sobre Números e Operações voltados ao ensino de alunos do Ensino Fundamental da Educação Básica.*

E continua, [...] *não foi um tema fácil diante da estrutura do curso, pois junto da falta de tempo para aprofundarmos o assunto em cada turma, as discussões normalmente se encaminhavam para o ambiente virtual e que uma série de outras questões poderiam ser levantadas e aprofundadas.*

Essa reflexão nos encaminha a pensar sobre o tempo de incertezas porque passa a educação brasileira, o professor de modo geral, sente a necessidade da mudança de seu comportamento pedagógico, de domínio de metodologias inovadoras, mas não é fácil definir o caminho a ser percorrido, pois em grande medida os professores servem a um currículo esvaziado de sentido, redundantes que só revelam a escassez e inabilidades de práticas pedagógicas. E nisso, o formador C reforça que [...] *um outro aspecto importante a destacar, está no fato de termos atuado numa oficina em que sugestões e modelos não eram fornecidos aos cursistas, e sim rediscutido conceitos, ideias, procedimentos e práticas [...]*.

O formador C a partir dessas reflexões revela que as discussões, orientações e sugestões vivenciadas no curso favoreceram aos professores uma análise crítica das atitudes de suas antigas práticas, revelando que o tratamento dado à Matemática como difícil, incompreensível, inacessível, cheio de fórmulas, “transformou” seu pensamento, e consequentemente, sua abordagem ao lidar com a matemática em sua sala de aula.

A partir dessa formação vimos que foi possível refletir sobre o exercício da docência em matemática, nos níveis da Educação Infantil, Ensino fundamental dos anos iniciais e na Educação de Jovens e Adultos-EJA, bem como, articular alunos da Pós-Graduação para o desenvolvimento de atividades na graduação, por meio da disciplina estágio em docência do ensino superior.

Para essa formação, produzimos material no formato *e-book* para socialização e divulgação no site institucional do grupo de pesquisa G-Tercoa/CNPq: <http://tercoa.ufc.br>. Assim, ratificamos que sobre a SF vale dizer que é uma metodologia que visa a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem, em que a mudança da postura docente, é o principal pressuposto.

Com efeito, apresentamos uma Teoria da Aprendizagem, no caso a Teoria da Objetivação (TO) que tem perspectiva teórica alinhada à metodologia SF.

1.4 Teoria da objetivação: processo de aprendizagem

No cenário da educação brasileira, evidenciamos aspectos de um ensino presencial repleto de falhas didáticas que se refletiram de forma mais impactante nas salas de aula remotas. Foi nos dois últimos anos (2020-2021) que a humanidade foi surpreendida com a pandemia da covid-19, e nos provocou inquietações didáticas e tecnológicas para que a educação não parasse.

Inquietados por essa problemática propôs-se uma formação docente On-line utilizando tecnologias educacionais, apoiados nos princípios teóricos da Teoria da Objetivação (TO), visando a melhoria do engajamento dos estudantes nas aulas remotas e maior aproximação do trabalho docente ao discente, propondo reflexões para uma aprendizagem colaborativa pautada na ética comunitária e no labor conjunto (professor-aluno).

De acordo com o seu idealizador, o professor Luís Radford, a TO é uma teoria que se origina em meio ao movimento da Educação Matemática, em meados da década de 90 (século XX), e que se preocupa com a relação professor e estudante, contemplando esses como indivíduos da subjetividade entre o ser e o conhecer. Vale reforçar que de acordo com Radford (2017), as reflexões com base na TO, preocupam-se com uma aprendizagem eficaz e significativa, e abarcam o conhecimento, a partir das dimensões: sociais, culturais e históricas.

O teórico adverte sobre a importância da tomada de consciência do sujeito para que as dimensões do conhecimento sejam desenvolvidas de forma objetiva e subjetiva, em relação com o mundo externo, a partir de uma realidade concreta.

Segundo Santos e Almeida Neto (2021) na TO inicialmente devemos romper com o paradigma de que o professor é o único detentor do conhecimento e o estudante é o receptor deste. Os sujeitos imersos no contexto devem estabelecer regras de convívio em sala de aula, compreendendo as nuances desse espaço, que é o ambiente de encontro, que tem conflitos, mas que deve ser mediado pela ética comunitária.

As reflexões desses autores, remetem ao que Radford (2017) fala sobre a ética que ela não *aparece em toque de mágica, ela é construída pelos sujeitos, na sala de aula, em construção que se dá no convívio entre professor e aluno, e que pode demorar meses para se consolidar* (SANTOS; ALMEIDA NETO, 2021).

Santos e Almeida Neto (2021) reforçam que na TO, a demonstração de responsabilidade, compromisso e cuidado com o outro, possibilita que os estudantes sejam instigados a se expor, a falar sobre suas dificuldades de aprendizagem, e lançar olhares críticos para os processos de ensino e aprendizagem. Para tanto, é importante criar um ambiente de confiança mútua, em que se forma estudantes solidários e críticos.

Concordamos com a TO sobre a importância de criar um espaço ético a partir do qual possa emergir novas formas de subjetividade coerente com um projeto educacional, pautada numa abordagem histórico-cultural, que considere os processos de ensino e aprendizagem sob os pilares da educação: aprender a conhecer, aprender a ser e a aprender, e ainda, conhecer-ser-conviver com o outro, para que o discurso torne-se *práxis*.

Tais reflexões à luz da TO sobre o labor conjunto e a ética comunitária, fomentam as discussões sobre sair de um tipo de sala de aula convencional e emergir numa sala de aula colaborativa, em que o conceito de professor e aluno envolva estratégias pedagógicas que possibilitem a formação de um sujeito integral mediado pela consciência crítica do saber não alienante.

A partir desse conceito, a formação docente deve impactar no projeto educacional das Instituições de Ensino Superior, provocando mudanças constantes no âmbito dos Projetos Pedagógicos dos Cursos (PPC) visando o desenvolvimento do perfil do bom professor do século XXI, como propõe Perrenoud (2000).

O autor destaca que o educador deve ser detentor de um conjunto de competências a serem trabalhadas desde o início da sua formação que privilegiem práticas inovadoras.

Para a TO, o bom professor deve ser atento ao pressuposto de que os estudantes não podem ser concebidos como apartados do mundo e de suas culturas, e, portanto, o processo de ensino precisa ser contextualizado, fazer sentido, como uma alternativa ao modelo psicológico-individualista e reducionista-individualista da educação para o desenvolvimento sustentável – ao reconceituar a finalidade da educação em geral (GOBARA; RADFORD; MONTEIRO, 2020, p. 1713).

Na TO almejamos que o estudante seja capaz de articulação e integração entre a tecnologia e a educação e que tenha consciência do conflito ente conceitos espontâneos e conceitos científicos, bem como, compreenda a evolução do seu aprendizado, visando um aprendizado que o transforma de forma integral por meio do conhecimento, ampliando suas potencialidades para modificar o mundo, e consequentemente os indivíduos, segundo Radford (2017).

A efetivação desse novo paradigma que a TO apresenta sobre ensinar e aprender em conjunto, de forma colaborativa, deve ser efetivado em cada instituição de ensino que deve reorientar o projeto pedagógico, redefinindo as relevâncias de cada prática pedagógica, inserindo as tecnologias educacionais, melhorando e democratizando cada vez mais os acessos, possibilitando o desenvolvimento profissional de seu capital humano com foco no ensino, e na pesquisa, objetivando um ambiente de formação contínua, permitindo que as tecnologias educacionais façam parte da estrutura organizacional e pedagógica desse ambiente de aprendizagem, com a finalidade sempre de uma educação com um melhor padrão de qualidade.

Ainda sobre esse novo paradigma, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), recomenda reconhecer-se em seu contexto histórico e cultural, comunicar-se, ser criativo, analítico-crítico, participativo, aberto ao novo, colaborativo, resiliente, produtivo e responsável, isso requer muito mais do que o acúmulo de informações (BRASIL, 2017).

Requer o desenvolvimento de competências para aprender a aprender, saber lidar com a informação cada vez mais disponível, atuar com discernimento e responsabilidade nos contextos das culturas digitais, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, conviver e aprender com as diferenças e as diversidades (BRASIL, 2017, p. 16).

Nesses termos, devemos pensar a formação para o desenvolvimento humano como cidadão planetário, e isso implica a construção de compreensão da complexidade dessa evolução humana, a qual rompe com visões reducionistas que privilegiam a dimensão intelectual (cognitiva) ou a dimensão afetiva, mas como assinala Radford (2021), sobre a importância da tomada de consciência como um processo que ao mesmo tempo é subjetivo, emocional, afetivo, racional.

A TO é uma teoria que defende que o saber ocorre do abstrato para o concreto. Suas bases teóricas baseiam-se em parte na filosofia Hegeliana, defende o aprendizado em labor conjunto, e nos convida a mudar nossas práticas pedagógicas, transformando-as em ações coletivas solidárias, plurais e inclusivas (RADFORD, 2021).

As perspectivas de mudanças na TO, visando a inovação, ao passo que geram polêmicas, também nos convidam à Insubordinação Criativa, nisso destacamos as vozes e perspectivas dissidentes de B. D'Ambrósio e Lopes (2015).

1.5 Insubordinação criativa

Sobre os estudos da TO e da SF na educação matemática, podemos ampliar com a discussão envolvendo os pressupostos da Insubordinação Criativa – IC, apresentada pelas professoras B. D'Ambrosio e Lopes (2015).

Não esperamos desenvolver um método de formação docente, mas mostrar como professores podem pensar sua própria prática a partir de metodologias e teorias que os provoquem à Insubordinação Criativa, rompendo com “modelos” preestabelecidos e afetando sua prática pedagógica a contextos e necessidades contemporâneas do professor do século XXI.

As políticas públicas na área de educação têm formado um professor dentro de padrões preestabelecidos pela demanda apenas do mercado, no entanto esse padrão não tem atendido de modo satisfatório aos resultados das avaliações externas, podem citar como exemplo os resultados do PISA, em que a nota da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), para os estudantes no Brasil foi inferior à média da OCDE em leitura, matemática e ciências, na edição do PISA de 2018.

Face às demandas do mercado, e entendendo que os modelos preestabelecidos não têm dado conta de um profissional reflexivo, crítico, cognitivo e afetivo, alguns formadores de professores têm mostrado por meio de ações formativas, outras formas de preparar os professores para o enfrentamento dos obstáculos ao desenvolvimento dos saberes docentes, e nesse sentido têm buscado metodologias e teorias que atendam a essas expectativas.

Nessa direção, nossos estudos consistem em abordar uma temática ainda pouco disseminada, mas que vale apenas ser compreendida, quando pensamos

em educação, especialmente em educação matemática, área ainda estigmatizada culturalmente pela incompreensão conceitual.

Para a formação docente de forma direta, Kenski (2003) propõe uma reflexão sobre as concepções que envolvem o uso das tecnologias educacionais ao mesmo tempo em que convida ao docente a inserir-se nos ambientes On-line, quando diz, as tecnologias possibilitam que a aprendizagem pode acontecer de forma coletiva, integrada, articulando informações e pessoas, em locais diferentes, independentemente de idade, sexo, condições físicas, áreas e níveis diferenciados de formação (KENSKI, 2003, p. 6).

Nessa última década muitas foram as alterações que fizemos na nossa prática como professores e pesquisadores. Aprendemos muito, desafiamos nossos preconceitos diante das máquinas e as colocamos “em seus devidos lugares”, ou seja, como ferramentas tecnológicas auxiliares que podem muito, mas não podem tudo. Utilizamos vários programas de computadores e pesquisamos nas redes.

Assistimos a programas de TV a cabo e manipulamos nossas *handcams* para fazer vídeos educativos. Integramos equipes para a criação de *home pages* pessoais, para os nossos cursos ou instituições. Participamos de listas de discussão, web e videoconferências, *chats* e outras conversas *on-line*, via redes.

Aprendemos a não temer as máquinas, a não achar que elas podem nos substituir em nossas funções. Eu poderia dizer que essa foi a década do aprendizado técnico do docente: do saber fazer, saber utilizar as novas tecnologias eletrônicas disponíveis como parceiras, em muitas de nossas atividades profissionais (KENSKI, 2003, p. 71).

As competências tecnológicas que desafiaram professores e estudantes nas últimas décadas não podem mais ser ignoradas, é preciso construir decisões baseadas nesses desafios pedagógicos que se apresentam no cotidiano escolar e acadêmico, buscar meios para compreensão desses fenômenos por meio das nossas próprias vivências, pesquisas e reflexões sobre os impactos das ferramentas tecnológicas não só no meio educacional, mas no pessoal, profissional de todos e da sociedade em geral.

Compreendemos que as práticas pedagógicas devem contemplar o uso das tecnologias digitais no sentido da ampliação das potencialidades do professor como curador, mediador e designer da aprendizagem. Esperamos nesse cenário que a formação docente consolide essas competências, reveja algumas práticas pedagógicas, amplie as habilidades docentes de modo a valorizar o saber da docência.

Essa concepção de formação dialoga com Valente (1999) quando destaca que a valorização do conhecimento demanda uma nova postura dos profissionais e requer o repensar dos processos educacionais. A percepção do professor como designer da aprendizagem, é o tipo de formação que apresenta a maior

e mais completa expressão do docente contemporâneo, pois ele vai além de ministrar o conteúdo *stricto sensu*, a responsável por preparar o educando para o hábito de aprender a conhecer, aprender a ser, aprender a conviver.

Visamos também o desenvolvimento de habilidades de aprendizagem que são consideradas imprescindíveis aos profissionais centrados na inovação do ensino por meio das metodologias ativas, a fim de mudar a perspectiva dos processos de ensinar e de aprender, como destaca Santos (2018).

Santos (2018) diz que o professor como mediador, apresenta-se como um curador do aprendizado ao invés de ser o único detentor do conhecimento, esse profissional atua como um facilitador nos processos de ensino e de aprendizagem, e contribui para o desenvolvimento do senso crítico, possibilitando a inserção do estudante como protagonista da sua aprendizagem, numa perspectiva do labor conjunto, segundo a TO (RADFORD, 2021).

A concepção de formação docente prevista por Santos (2018) tem como norte a construção de conhecimento mediada pela relação de diálogo e cooperação, em que de acordo com Giroux (1997, p. 2) os professores estejam envolvidos ativamente na produção de materiais didáticos adequados à inovação pedagógica e como sujeitos intelectuais transformadores que combinam a reflexão e prática acadêmica a serviço da educação dos estudantes para que sejam cidadãos reflexivos, ativos e críticos de um conhecimento não alienante.

Sobre a IS, de acordo com B. D'Ambrosio e Lopes (2015), informam que esse conceito surgiu em 1981 quando Morris *et al.* publicaram um relatório sobre um estudo etnográfico realizado com 16 diretores de escolas de Chicago. A ideia é apresentar as ações de insubordinação criativa como um recurso relevante mediante a burocracia e a necessidade de desobedecer a ordens com fins na melhoria e no bem-estar da comunidade educacional, mas visando sempre a preservação princípios éticos, morais e de justiça social. As autoras, dizem ainda que

[...] cabe à Educação problematizar o futuro para que o sonho de um mundo melhor não se perca, cabe aos educadores matemáticos problematizar suas atividades profissionais. Precisamos ter consciência do nosso condicionamento e a clareza de que não somos determinados – há possibilidade da transformação (p. 15).

Aceitamos que tais tomadas de decisão são indispensáveis para que pesquisadores e professores – em nossas práticas pedagógicas, tenhamos mais autonomia e controle sobre o nosso trabalho, apesar das normas impostas nos sistemas de ensino, pelas diretrizes curriculares, pelas propostas elaboradas pelos gestores e pelas políticas públicas educacionais, sejamos então, transformadores.

Editora CRV - Proibida a impressão e/ou comercialização

POLÍTICAS PÚBLICAS: currículo, formação docente e avaliação

O currículo deve ser dinâmico e deve principalmente, atender à realidade do aluno, deve dar total autonomia ao professor, para que este não sufoque sua criatividade em meio a um currículo engessado que não atende às necessidades dos sujeitos e sem que resolva seus problemas. O currículo deve ser resultado de estudos sérios e profundos sobre a realidade local e deve possibilitar a professores e alunos serem sujeitos ativos e não passivos, frente ao processo educacional que envolve ensino e aprendizagem, e aos sistemas de avaliação, seja de sala de aula, seja em larga escala.

A avaliação externa tem se apresentado como elemento desencadeador central das reformas educacionais ocorridas a partir do final do século XX. Para Brooke (2017) essas reformas evidenciam paridades, *“como se estivessem seguindo um receituário de políticas educacionais, algum tipo de orquestração ou, no mínimo, uma história de origens comuns”* (BROOKE, 2012, p. 325).

Segundo Santos (2016, p. 60), a discussão sobre as avaliações externas, também chamadas de avaliação em larga escala, envolve um leque de questões, tanto de natureza técnica quanto de ordem política, ambas atreladas às ações de políticas públicas que visam a qualidade na educação. A autora acrescenta que desde o final dos anos 1980 são crescentes as ações que envolvem a avaliação externa de sistemas educativos e de escolas.

De um lado, as avaliações e seus resultados tiveram o mérito de revelar os processos de desigualdades que permeiam os sistemas educativos, e por outro lado, temos as críticas de como as avaliações vêm sendo conduzidas.

Em parte, as críticas são por elas estarem pautadas em uma lógica de mercado que justificam práticas meritocráticas e ranqueamento, que nos levam a uma compreensão estreita e reduzida do sentido de “qualidade” e induzem a uma padronização da produção curricular.

Mas há os que defendem a avaliação externa como um processo social, que precisa ser entendido em toda a sua complexidade, particularmente, por possibilitarem às escolas reflexões sobre as suas práticas numa perspectiva mais alargada, destaca Santos (2016).

Entre o currículo e avaliação externa, estão os processos de ensino e aprendizagem que precisam ser bem definidos, pois devem promover a qualidade educacional.

Sobre a formação e sua relação indissociável com o currículo e a avaliação externa, destacamos que nos cursos de formação inicial e continuada de professores, seja nos programas de formação de pesquisadores e a

complexidade da sala de aula e da pesquisa, bem como o processo reflexivo sobre suas práticas, a autonomia do professor e do pesquisador, devem permeiar o trabalho colaborativo, pautado na criatividade e no fazer pedagógico e investigativo.

2.1 Currículo

O currículo de Matemática, como política pública de educação, evoluiu a partir da BNCC? Destaca-se que essa questão sobre currículo de matemática, com foco na BNCC, impacta em situações importantes que envolvem o currículo como um campo de contestação e busca por hegemonia de conhecimento, e as implicações do conhecimento, ao longo da história, como território de disputa de poder.

Objetivamos, nesse sentido, refletir sobre o currículo de matemática e as conexões com as políticas públicas educacionais para a melhoria dos processos de ensino e aprendizagem de matemática na educação básica, especificamente, nos anos iniciais do ensino fundamental. Metodologicamente, apoia-se nos pressupostos da pesquisa qualitativa, de natureza exploratória.

No ano de 2017 foi lançada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que visa um currículo universal para realidades completamente diferentes. Dada a sua centralidade e caráter mandatório, o desafio que professores têm de enfrentar está no núcleo das desigualdades educacionais brasileiras às quais são enormes.

Porém sabemos que o currículo é terra fértil para mudanças ou simplesmente para manter o *status quo*, a depender das relações microfísicas de poder, especialmente, na escola e na sala de aula onde o professor é o protagonista, e este pode realizar as transformações, na perspectiva da IC proposta por D'Ambrosio e Lopes (2015), na mudança de postura docente prevista na SF (SANTOS, 2018) e na vivência da ética comunitária da TO (RADFORD, 2011).

Como já enfatizado, a questão que nos move nesse estudo sobre a BNCC, não é o combate a um currículo comum, mas a compreensão dos objetos de conhecimento destacados nesse documento que influenciam, diretamente os processos de ensino e de aprendizagem de matemática, de forma colaborativa, qualitativa e significativa, bem como as competências e habilidades propostas, sob o viés da interdisciplinaridade com apoio nas tecnologias educacionais e nas metodologias ativas.

O currículo de matemática, suas relações, tensões, desafios e perspectivas a partir da BNCC, analisado à luz das políticas públicas de educação, a partir das reformas curriculares. Esperamos responder com esse estudo, a questão:

Visamos a familiarização entre o pesquisador e a temática, em bases de dados, como *Google Scholar*.

Buscamos na referida plataforma estudos que contemplam o currículo de matemática dos anos iniciais analisados à luz da BNCC, e suas nuances baseadas nas políticas públicas curriculares. As análises seguem os pressupostos da pesquisa bibliográfica que visa a compreensão da temática, sob a ótica de outros pesquisadores, apresentando os resultados de forma inovadora.

Dentre as pesquisas encontradas na plataforma, de natureza teórica ou experimental, identificamos que a matemática assume um papel fundamental de inclusão do sujeito à sociedade, possibilitando reflexões sobre sua cidadania e seu protagonismo social, bem como, sua autonomia, indicando a importância de darmos atenção na seleção e organização dos conhecimentos matemáticos.

Esperamos que a contextualização dos conteúdos, promovam aprendizagem de cunho significativo, a partir da quebra de paradigmas, superação de modelos ultrapassados, visando a transposição das barreiras hegemônicas, e, sobretudo, sugerindo um tipo de professor que se predisponha às mudanças, aos desafios, bem como, esteja disposto a questionar as relações de poder, e seus reflexos nas políticas públicas educacionais curriculares.

Assim, a questão inicial que movimenta a discussão sobre currículo e suas evoluções a partir da BNCC, implica que as políticas públicas curriculares devem ser bem entendidas, envolvendo o tripé: currículo, professor e escola, de modo a contemplação das etapas, constituídas por cinco contextos: *de Influência, da Produção de Texto, da Prática, dos Resultados (efeitos) e da Estratégia política*, com fins na promoção e implementação de forma eficaz da BNCC nas escolas, tendo o professor como o protagonista dessa performance.

É relevante a continuidade e ampliação da constituição e inovação das políticas públicas educacionais, apontando a formação docente, como campo teórico e experimental, além de um lugar inesgotável de investigação.

2.1.1 Visões de Currículo

A Matemática constitui uma área de conhecimento que para alguns é complexa, mas democratizar o ensino dessa ciência, na escola, deve ser o compromisso do professor. Pois, a matemática quando trabalhada de forma interdisciplinar/multicultural, se apresenta como um campo curricular fascinante e envolvente (SANTOS, 2007).

Apresentamos brevemente uma discussão sobre algumas questões curriculares da Base Nacional Comum Curricular-BNCC (BRASIL, 2017), a partir de uma análise sobre os objetos de conhecimento que envolvem o ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, observando

as orientações sobre o currículo e a avaliação, com foco na formação inicial e continuada do professor que atua na matemática dos anos iniciais do ensino fundamental.

Embora os especialistas e elaboradores enfatizem que a Base não é currículo, [...] para mostrar que aquilo que o currículo é depende precisamente da forma como ele é definido pelos diferentes autores e teorias (SILVA, 2005, p. 14). Assim, a base será analisada como norteadora obrigatória do currículo, determinadora dos objetos de conhecimento que serão ensinados na Educação básica, e documento oficial normativo.

Nos interessa dialogar com os objetos de conhecimento de matemática no ensino fundamental, e sua relevância nas escolhas curriculares para o ensino de matemática, e as implicações no que se refere o currículo escolar; a avaliação externa; e, a formação do professor que atua nessa etapa da educação básica.

Metodologicamente essa investigação consiste numa pesquisa de abordagem qualitativa, de natureza exploratória do tipo descritiva. Escolhemos esse tipo de pesquisa por articular perguntas de investigação, a partir de hipóteses explicativas, apoiados em Lakatos e Marconi (1991), que nos possibilita acerca do objeto em estudo: (a) levantar hipóteses; (b) colaborar na familiarização: pesquisador x temática; e, ainda, (c) transformar ou clarificar conceitos.

Também esperamos com esse tipo de pesquisa gerar informações estratégicas para embasar tomadas de decisões, a partir de diversos tipos de fontes por meio de documentos, levantamentos e abordagens de campo, utilizando diversas técnicas de coleta de dados padronizadas (GIL, 2008).

Para descrever o objeto de estudo, as seções versam sobre: (i) formação inicial e continuada; (ii) formação do professor que leciona matemática; e (iii) nos estudos sobre o currículo e avaliação externa, apresentamos também as seções sobre o método, resultados e considerações. A seguir damos início as seções mais específicas sobre as temáticas.

2.2 Formação inicial e continuada

O professor deve ser formado para ser um mediador do conhecimento, um curador dos conteúdos, um designer do conhecimento que deve ser significativo para o estudante. Para tanto esse professor deve: (a) ser contemporâneo e viver inteiramente o seu tempo; (b) conviver com o outro; e, além disso, (c) ter consciência e sensibilidade acerca dos conteúdos e da educação.

No que se refere ao ensino de matemática, esse professor deve ainda, visar aprimorar o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático e a capacidade de argumentação, compreensão, interpretação, projeção, criação e atribuição de significados para a realidade do sujeito.

O professor, deve ser o sujeito de sua própria formação, ser um construtor de sentidos, e ainda, um organizador da aprendizagem, reforça Freire (1987). Mas como o professor pode atender a esse pressuposto e ao mesmo tempo se submeter a implementação de políticas públicas curriculares sem que ele tenha participado da elaboração?

O ensino de Matemática, em pleno século XXI, ainda constitui um grande desafio ao pedagogo, que é o responsável pelo ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental. O pedagogo para desenvolver bem sua docência, enfrenta desafios que podem ser de cunho didático ou epistemológico. Didático, porque o professor ainda apresenta uma metodologia instrucional, e menos construtivista, epistemológico porque faz-se necessário desenvolver conhecimentos matemáticos ainda elementares desde sua escolarização básica.

A Matemática, por sua complexidade, exige um pouco mais de atenção, Machado (1994, p. 8), sobre isso, assinala que

*... a falta de clareza com relação ao papel que a matemática deve desempenhar no corpo de conhecimentos sistematizados pode ser o principal responsável pelas dificuldades crônicas de que padece seu ensino. Dessa forma, esses desafios refletem diretamente nos processos de ensino e de aprendizagem dos conceitos matemáticos, cuja concepção tem sua confirmação na *práxis* das salas de aulas e que precisam ser mais bem compreendidos para serem melhores trabalhados.*

Ensinar Matemática ainda é uma tarefa difícil de ser realizada, pelo pedagogo, mesmo no século XXI. Segundo Borges Neto e Santos (2006), é preciso uma boa formação para os professores de uma forma geral e constatamos que essa formação precisa ser mais bem elaborada nos cursos de Pedagogia, pois esses profissionais vão lecionar Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com alguns conceitos construídos de forma equivocada, ainda na educação básica, podemos destacar, por exemplo, o conteúdo das operações fundamentais, especificamente, a subtração, quando ao invés de trabalhar com as trocas, desagrupamentos, usam “pedir emprestado”.

No Brasil, no final do século XX, nos anos 90, diante dos insucessos no ensino e na aprendizagem (de Linguagem e Matemática), foram criadas propostas pedagógicas e políticas públicas, visando habilitar os professores da rede pública para a melhoria em sua formação docente. Assim, a formação dos professores, se tornou alvo das reflexões e alterações nas visões das instituições de Ensino Superior-IES.

Desse modo, ressaltamos a LDBEN/9.394/96, que visa um ensino regido pelos princípios de uma formação mais próxima da realidade epistemológica do aprendiz. Nesse sentido, algumas propostas vêm se implementando na

educação brasileira, dentre elas podemos destacar além da LDBEN (BRASIL, 1996), os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática-PCNM (BRASIL, 1997), o programa Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental e de Valorização do Magistério, conhecido como FUNDEF (BRASIL, 1998).

As Novas Diretrizes para a Formação de Professores da Educação Básica, instituída pela Resolução CNE/CP nº 1, de 18 de fevereiro de 2002 e o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação – FUNDEB (substituto do FUNDEF) que foi criado pela Emenda Constitucional nº 53/2006 e regulamentado pela Lei nº 11.494/2007 e pelo Decreto nº 6.253/2007 que vigorará no período de 2007-2020.

Essas políticas públicas educacionais foram criadas com o objetivo de melhoria dos processos de ensino e da aprendizagem nas escolas de Educação Básica, públicas do Brasil.

Ainda, nessa perspectiva, o Governo Federal, apresenta o Programa Nacional da Alfabetização na Idade Certa-PNAIC (BRASIL, 2013), embora não concordando com a ideia de que existe a idade certa para aprender, como ressalta o referido programa, assinalamos que do 1.º ao 3.º ano seria a idade adequada para a criança aprender não somente a ler, mas a calcular, interpretar dados da realidade, de sua vivência.

As propostas de mudanças no âmbito educacional, não somente pelos documentos oficiais, mas também pelas próprias necessidades sociohistoricasulturais, provocam uma reflexão sobre a formação dos professores nas licenciaturas, e nos instiga questionar sobre quais habilidades profissionais são necessárias para que o pedagogo exerça com competência a docência, como professor de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Visando entender a importância desse questionamento, pensamos outras formas de propor uma reorganização (construção/reconstrução) conceitual, para contribuir na formação epistemológica do professor que atua no ensino de Matemática.

2.3 Concepções epistemológicas para o ensino de Matemática

As pesquisas sobre a epistemologia do professor têm evoluído de modo não só quantitativo, mas também qualitativo. Nesse sentido, podemos inferir que a epistemologia é um conjunto de convicções, crenças de conhecimentos e de saberes científicos, os quais tendem a descrever os saberes dos sujeitos ou de grupos de pessoas, para constituir sua legitimidade, verificando como aprendem e como ensinam, assim, a epistemologia é uma tentativa de

identificar e de unificar percepções epistemológicas distintas e concernentes a determinadas ciências e movimentos intelectuais, de grupos de pessoas, de instituições, ou de culturas (D'AMORE, 2007).

Com base no parágrafo anterior, ressaltamos aqui o lugar e o papel da epistemologia docente, pois o professor desenvolve suas concepções, crenças, conhecimentos, processualmente ao longo da carreira profissional e não importa com que qualidade desenvolvemos os programas de formação, pois sempre os professores estarão em processo de *construção epistemológica* (SANTOS, 2014).

É importante que a formação do professor para o ensino de Matemática considere a sua didática, seus modelos epistemológicos, e que esses modelos venham contribuir de forma eficaz para subsidiar a relação da teoria com a prática, fazendo-os vivenciar experiências que lhes possibilitem associar o que aprendem com o que ensinam.

Segundo Lorenzato (2006), o ato de ensinar difere da ação de dar aulas e propõe ações que para o professor de Matemática, das quais selecionamos: ensinar com o devido conhecimento; investir em sua formação; aproveitar o conhecimento do aluno; valorizar os erros dos alunos; propiciar a experimentação; favorecer a redescoberta; historiar o ensino; e assumir a melhor atitude profissional, nessas ações propostas pelo autor, ressaltamos que é relevante considerar, ainda, o modelo epistemológico que o professor se propõe a seguir.

Encontramos a partir de nossos estudos que os *modelos epistemológicos* mais presentes na prática docente, no que diz respeito às aulas de matemática, são polarizados, de um lado o Instrucionismo ou tradicionalismo e de outro Construtivismo ou o Intuicionismo.

Fossa (2001) retrata dois modelos de salas de aula em que cada professor assume um papel diferenciado. Segundo o autor, na sala de aula tradicional, o professor dá aos alunos vários exemplos do conceito a ser aprendido; o professor define o conceito; o professor insere no processo vários exercícios de fixação e depois, por meio de uma “avaliação objetiva”, verifica se os alunos aprenderam.

No outro modelo de sala de aula, que o autor caracteriza como intuicionista, os alunos são os protagonistas, o professor organiza as atividades estruturadas; trabalha o erro com contraexemplos; estimula a criação de outros conceitos; estimula outras formas de trabalhar o conteúdo e avalia os alunos por meio dos diálogos e projetos.

Nesse processo formativo, destacamos a metodologia Sequência Fedathi (SANTOS, 2007), a qual contempla as concepções epistemológicas do professor que tem como crença um ensino baseado na construção, reflexão, investigação, no fazer matemático, tendo o aluno como protagonista e o professor como mediador dos processos de ensino e de aprendizagem.

Para assumir a melhor posição, o professor precisa ter definido que papel quer exercer diante do processo de ensinar, se de um professor tradicional ou intuicionista. O modelo epistemológico de professor construtivista (Intuicionista) ainda é raro nas salas de aula de matemática, pois ainda presenciamos professores retratando modelos que em sua formação lhes foram repassados/transferidos.

Desse modo, enquanto os professores não forem os protagonistas de seu desenvolvimento profissional, enquanto a formação do professor não assumir uma identidade, compreender a importância da sua epistemologia, o docente seguirá carente de reflexões sobre a sua *práxis*.

Tardif (2002) nos lembra que o saber por ter função social, sofre mudanças sociais e evolui com o tempo. Podemos dizer que o que era bom ontem, hoje, não necessariamente, o será.

O saber insurge de um movimento arbitrário cultural, fruto das construções histórico-culturais de uma sociedade, e intervém de forma decisiva nos processos educacionais, em que os professores com toda subjetividade de sua profissão, são sujeitos do conhecimento, mediadores da cultura e dos saberes escolares.

Diante dessa concepção, surge a ideia de letramento (múltiplos letramentos), e se apresenta como indissociável do contexto histórico-sociocultural, e deve envolver a realidade dos educandos, portanto suas subjetividades, entendidas como aquelas que fundamentam um caminho investigativo que possibilitam o entendimento dos sentidos complexos dos processos sócio-humanos produzidos nos diferentes espaços educativos.

Sobre as concepções epistemológicas que cercam a formação do professor de Matemática, D'Ambrosio (1993) aponta algumas características relevantes para esse profissional que vai atuar no século XXI, que são a visão do que vem a ser a Matemática; do que constitui a atividade Matemática; do que constitui a aprendizagem Matemática; do que constitui um ambiente propício à aprendizagem Matemática. Tais concepções implicam à formação docente.

Destacamos que a valorização do conhecimento demanda uma nova postura dos profissionais e requer o repensar dos processos educacionais, assim questionamos se a produção de saberes é a base de novos significados que enriquecem os sentidos do fazer docente, e sobre isso, ainda indagamos – o fracasso dos saberes matemáticos estão presentes e arraigados na formação docente?

Sobre o fracasso da matemática pelos estudantes brasileiros, segundo o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes-PISA (2012), de acordo com os índices de 65 países, em que o Brasil assumiu a 58ª posição em Matemática, esses resultados apontaram que 2 em cada 3 alunos brasileiros

de 15 anos não conseguem interpretar situações que exigem apenas deduções diretas da informação dada, não são capazes de entender percentuais, frações ou gráficos.

A mesma avaliação, no ano de 2018, apresentou a média de proficiência dos jovens brasileiros em Matemática no Pisa 2018 foi de 384 pontos, 108 pontos abaixo da média dos estudantes dos países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE, 492 pontos.

A métrica para a escala de Matemática, estabelecida em 2003, baseou-se em uma média dos países da OCDE de 500 pontos, com desvio-padrão de 100 pontos (BRASIL, 2020, p. 107). Ainda destacamos que os 10% dos estudantes brasileiros com pior desempenho em Matemática no Pisa 2018 obtiveram média de proficiência igual a 277, e os 10% de melhor desempenho, 501.

Para analisarmos esses resultados, podemos pensar à luz da valorização da profissão docente, bem como seus saberes docentes, e a subjetividade do aprender e ensinar matemática no século XXI.

Esses índices refletem os problemas de aprendizagem dos alunos em Matemática, principalmente, porque a Matemática é uma das áreas do conhecimento mais difíceis de compreensão, por ser baseada em raciocínio lógico, mas ela é uma disciplina em que se buscam os resultados dentro de si, para desenvolver o senso crítico e autonomia.

O Pisa destaca o letramento como elemento importante para melhoria do aprendizado, e na edição de 2018, informa sobre o letramento matemático, que o mesmo foi avaliado, como

[...] domínio secundário e, portanto, a avaliação abrangeu um número menor de estudantes e de itens. Devido ao uso de modelos da Teoria de Resposta ao Item, todavia, os resultados aqui apresentados estão na mesma escala do Pisa 2003, em que a Matemática foi o domínio principal pela primeira vez (BRASIL, 2020, p. 99).

De acordo com a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), letramento matemático é

a capacidade de formular, empregar e interpretar a Matemática em uma série de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso ajuda os indivíduos a reconhecer o papel que a Matemática desempenha no mundo e faz com que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias (BRASIL, 2020, p. 100 *apud* OCDE, 2019a).

O letramento é indissociável do contexto histórico-sociocultural, e deve compreender a realidade dos sujeitos; servir a um programa pedagógico; e, proporcionar aos alunos condições reais de aprendizagem. É nesse delinear de ideias e pensamentos que os alunos desenvolvem a leitura e a escrita matemática, aprendem a organizar o pensamento, desenvolvem habilidades, aperfeiçoam competências relacionadas as construções do raciocínio lógico-matemático, possibilitando a interpretação e produção de textos matemáticos.

O letramento é a capacidade de reconhecer e formular problemas matemáticos em situações diversas do cotidiano, e envolve conceitos de: estimativa, mudança e crescimento, espaço e forma, raciocínio quantitativo, incerteza, dependências e relações.

Num contexto mais amplo, o desenvolvimento da aprendizagem matemática na perspectiva do letramento, envolve uso de competências matemáticas, contemplando desde a realização de operações básicas até operações que exigem maior nível de abstração. Assim, na perspectiva do letramento matemático, o professor tem clareza de que o aluno, além de decodificar letras e números, deve pensar sobre as ações que realiza (abstração reflexionante), e deve saber fazer-desfazer-refazer (abstração empírica), quando for necessário.

A educadora Magda Soares, assinala que “o letramento não é só de responsabilidade do professor de língua portuguesa ou dessa área, mas de todos os educadores que trabalham com leitura e escrita” (SOARES, 2003, p. 3). Já para *Organization for Economic Co-operation and Development* – OECD letramento matemático diz respeito “a capacidade dos alunos para a analisar, julgar e comunicar ideias efetivamente propondo, formulando e resolvendo problemas matemáticos em diversas situações” (OECD/PISA, 2000, p. 41).

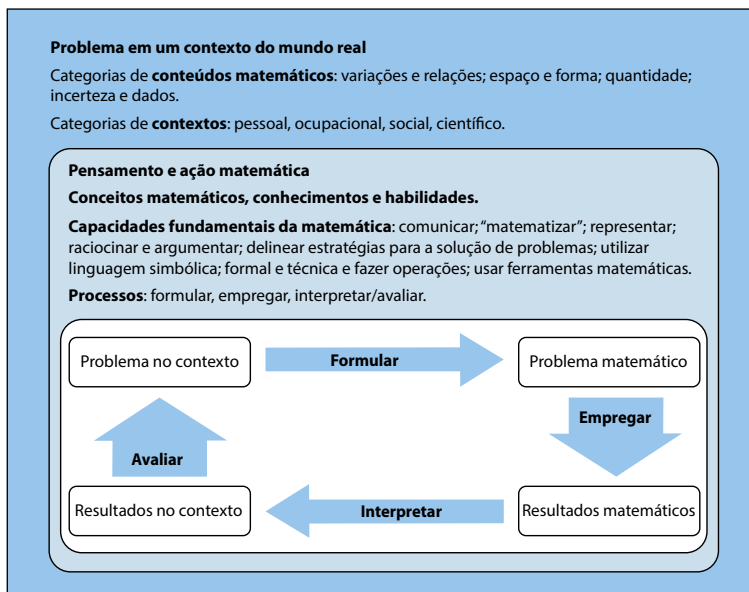
Magda Soares enfatiza ainda sobre o letramento que cada professor, é responsável pelo letramento em sua área. Mas não adianta simplesmente letrar quem não tem o que ler nem o que escrever, é preciso oferecer um ambiente escolar propício ao letramento, e despertar no alunado, também, o sentimento de cidadania.

É nesse percurso que o aluno toma consciência que o que aprendeu faz sentido na/para sua vida, mesmo que ele só tenha 7 ou 10 anos de idade, o professor precisa despertá-lo para essa consciência, apresentando-lhe novas formas de compreender a leitura e a escrita como processos dinâmicos em contextos significativos da atividade social, realizados em diferentes situações de uso e com finalidades diversas.

Mas se de um lado, letramento é o conceito quando se quer caracterizar a leitura e a escrita como práticas socioculturais, e se constituem nos processos de apropriação não só de um código, mas de uma cultura escrita. De outro lado, o letramento matemático, é a ação-reflexão que se preocupa

com as diversificadas práticas socioculturais de leitura, escrita, interpretação, argumentação, visualização e raciocínio que envolvem os sujeitos no contexto escolar e fora dele.

Figura 3 – Modelo de letramento matemático na prática



Fonte: (BRASIL, 2020, p. 101 *apud* OCDE, 2019, p. 77)

Em linhas gerais, letramento matemático é a possibilidade do sujeito de reconhecer o mundo, como seu espaço físico, proporcionando-o compreender a realidade e as situações cotidianas para a formalização dos conteúdos matemáticos, de forma crítica, na/para cidadania, dentro e fora do ambiente escolar.

O compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, deve ser inicialmente no Ensino Fundamental e deve favorecer, sempre, a leitura e a interpretação de textos matemáticos, visando o desenvolvimento das competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, a fim de favorecer a elaboração de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2018).

A Base Nacional Comum Curricular-BNCC (BRASIL, 2018) apresenta o letramento como condição para a alfabetização, para o domínio das correspondências entre grafemas e fonemas. Com isso, a BNCC trata o letramento matemático, a partir do Programme for International Student Assessment (PISA), o qual o define como

[...] as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos [...] (BRASIL, 2018, p. 222).

É nesse cenário, que precisamos discutir a formação de professores, pois é algo que precisa sempre ser pensado e repensado, pois é relevante que a formação contemple os vários tipos de letramentos, que envolva o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, fundamental para todas as áreas do conhecimento, capital até para a resolução dos problemas cotidianos, comuns, de um cidadão normal que nos leva refletir sobre as seguintes questões – o professor compreende o letramento matemático? É possível ensinar sem conhecimento? Qual o modelo epistemológico assumido pelo professor no ensino de matemática?

Por considerarmos essa discussão relevante é que entendemos ser preciso também uma mudança de atitude dos professores, pois muitos ainda partem do automatismo para a compreensão, colocando os alunos diante de regras e fórmulas sem significados, sem fazer relação alguma com a realidade do aluno, atingindo somente a parte superficial do aprendizado, e como resultado temos um aprendizado imediatista, com pouca compreensão.

Os alunos sentem necessidade de coisas novas, de atividades que lhes tragam algum significado. São curiosos o suficiente para iniciar um processo investigativo, bastando que o professor direcione atividades que sejam significativas e do interesse do aluno, pois há uma necessidade de os novos professores compreenderem a Matemática como uma disciplina de investigação.

D'Ambrosio (1993), fala de uma disciplina em que o avanço se dá como consequência do processo de investigação e resolução de problemas, e para enfatizar esse modelo de ensino Mendes diz (2001, p. 23):

A pesquisa em Educação tem apresentado sugestões de alternativas para a superação das dificuldades encontradas por professores e alunos em relação ao ensino-aprendizagem da Matemática, procurando enfatizar o caráter investigatório do processo de construção do edifício matemático afim de levar alguns estudiosos dessa área, a elaboração, testagem e avaliação de atividades de ensino centradas na utilização de informações históricas relacionadas aos tópicos que pretendem investigar.

D'Ambrosio (1993) destaca que para sentir que o conteúdo faz sentido a vida, que faz parte das nossas vivências e não mais de uma situação alheia a nossa realidade, é necessário que o professor entenda que a matemática deve

de alguma forma, ser útil, para que os alunos, percebam sua importância, ajudando-os a compreender, explicar e organizar seu dia a dia.

A ideia de que alguns dos alunos sentem desprazer em aprender Matemática, traz embutida a concepção de que essa disciplina é para “mentes brilhantes”, tal concepção permeia de forma nefasta e impede o sucesso dos alunos que serão os professores dessa disciplina. É preciso democratizar o ensino dessa disciplina, pois ela é um componente importante na consolidação da cidadania e contribui para transformar a realidade dos sujeitos.

Os cursos que se propõem trabalhar com o ensino de matemática devem refletir sobre o como ensinar, e partir de um modelo epistemológico adequado, compreendendo o profissional como sujeito autônomo, ativo e colaborativo. E a Matemática deve ser repensada, não mais como uma ciência nobre, perfeita, e que nem todos estão aptos a tomar posse desses saberes, mas como uma área de conhecimento fascinante que todos podem aprender.

Perrenoud (2000) diz que é competência de o professor verificar se os programas estão a anos-luz dos alunos, para então adaptá-los, e para além disso também tornar a matemática compreensível. É com base nessa afirmação tão pertinente que devemos analisar previamente as habilidades e inabilidades do professor que vai lecionar Matemática, além de conhecer sua consciência epistemológica.

Para Moreira e David (2005), a formação precisa fazer relação do conhecimento acadêmico (científico) com o conhecimento escolar (saberes). Segundo Perraudeau (1996) as dificuldades em aprender Matemática são gritantes e, no entanto, não são vistas com a mesma seriedade como são as dificuldades com a linguagem.

Para Perraudeau, a ideia central de Henri Planchon consistia em fazer compreender que falhar em Matemática não é nenhuma fatalidade, muito pelo contrário, o insucesso nessa disciplina deve ser interpretado como uma disfunção passageira de uma construção, que é sempre possível de ser remodelada.

O autor ainda destaca que o principal objetivo em reaprender está em domínios como o raciocínio, a abstração, a organização e a mentalização. Mesmo com toda essa concepção de reeducação e de reaprendizagem, o ensino de Matemática depende da epistemologia do professor.

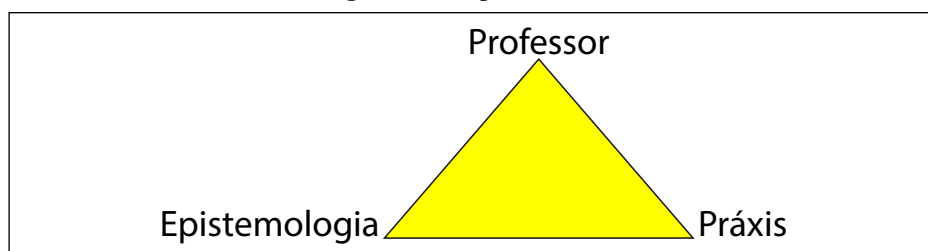
2.4 A práxis e a epistemologia do professor de matemática

Constatamos em nossos estudos que o professor que atua nos anos iniciais o pedagogo, em sua grande maioria não gosta, não entende, não compreende os conteúdos matemáticos de uma forma geral, pois durante sua formação na Educação Básica, teve professores que davam muita ênfase à

parte instrumentalista e não se preocupavam muito com o raciocínio matemático (SANTOS, 2005).

Para o pedagogo e para o licenciado em Matemática, propomos que possa desenvolver uma epistemologia no sentido de mostrar a relevância da prática investigativa que lhe fará compreender melhor os fenômenos ocorridos em seu contexto de atuação, proporcionando-lhe uma ação-reflexiva, fazendo uma correlação entre o tripé: professor-epistemologia-práxis.

Figura 4 – Tripé formativo



Fonte: Própria.

Sobre isso, Becker (2009, p. 92-99) diz que vale ressaltar três modelos epistemológicos e as tendências pedagógicas que se apresentam com a mesma concepção e relação dos processos de ensino e de aprendizagem:

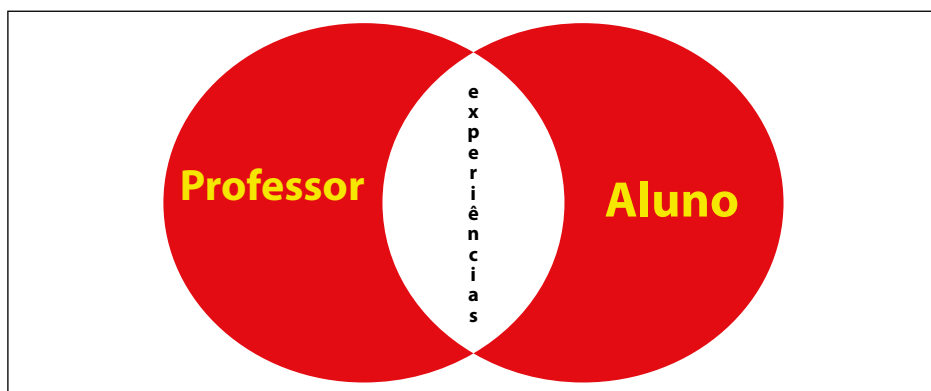
1. **Empirismo e a Pedagogia Diretiva:** O conhecimento é transmitido, o aluno “aprende” o que o professor “ensina”. O aluno é considerado uma “tábula rasa. Diante de um novo conteúdo, considera-se que o aluno não possui nenhum conhecimento prévio. O sujeito apenas recebe o que o objeto lhe reproduz. Só reproduz o que já está pronto, o aluno não aprende a pensar, criar, questionar e ter segurança em suas ações;
2. **O Apriorismo e a Pedagogia Não Diretiva:** O aluno tem em sua bagagem hereditária conhecimentos. O professor apenas auxilia e interfere o mínimo possível, para que o aluno aprenda por si mesmo. A aprendizagem julga-se absoluta, autossuficiente, desautorizando o ensino, que não deve interferir, pois prejudica o aluno. Essas dificuldades são relacionadas à cultura socioeconômica, em que a marginalização da sociedade é considerada sinônimo de problemas cognitivos;
3. **O Construtivismo e a Pedagogia Relacional:** O aluno é incentivado a pensar, questionar. Assim, constrói seu conhecimento em uma relação mútua com o professor: ambos ensinam e aprendem. A partir da assimilação de algo do meio em que se vive, o aluno

busca respostas para desenvolver seu conhecimento, refazendo-se sobre si mesmo.

Neste momento acontece a acomodação, um equilíbrio, em que se aumenta o nível do conhecimento cognitivo do sujeito ao criar uma ideia ou conceito novo. Para o professor, o aluno sempre pode aprender, recriar o que já sabe e criar conhecimentos novos, “novas respostas para antigas perguntas e novas perguntas refazendo antigas respostas”. Esse é o modelo epistemológico que consideramos mais adequado, pois é possível construir e refletir por meio da investigação, a partir do protagonismo do aluno, novos conhecimentos (não apenas reproduzi-los, mas [re]elaborá-los), sendo possível transformar, reconstruir, agir e desafiar-se, fazendo história e ajudando a ser e formar cidadãos na/para a cidadania.

Conforme Becker (2001), temos aqui a superação dos dogmas impostos pelos modelos citados anteriormente, pois professor e aluno desenvolvem juntos o trabalho, numa contínua troca de experiências e saberes.

Figura 5 – Relação professor-aluno



Fonte: Própria.

Como vimos Becker (2001) apresenta três diferentes formas de ensinar e de aprender em sala de aula, cabe ao professor desenvolver sua *epistemologia* a partir de um modelo de ensino que mobilize com autonomia o raciocínio, o pensamento matemático, os quais algumas vezes ainda são governados pelo outro – no processo de heteronomia.

Diante dessas reflexões, vale ressaltar que o entendimento e o desenvolvimento da *práxis* pedagógica e seus modelos epistemológicos, precisam ser melhores trabalhados nas disciplinas matemáticas, enfatizando não só os conteúdos, que são fundamentais, mas também despertar para o desenvolvimento de suas *construções epistemológicas*.

Mas seria a Base Nacional Comum Curricular-BNCC (BRASIL, 2018a) o documento adequado e capaz de desencadear as mudanças qualitativas nos processos de ensino e de aprendizagem, melhorando para isso a formação docente? Para reforçar essa reflexão, lembramos que ensinar envolve rigor científico; a pesquisa; a criticidade; a estética e ética; num processo de ação – reflexão – [re]ação.

O governo lançou a BNCC em caráter obrigatório-mandatário, a qual foi homologada pela Resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de 2017, que esclarece que esse documento: *Institui e orienta a implantação da BNCC que deve ser respeitada obrigatoriamente ao longo das etapas e respectivas modalidades no âmbito da Educação Básica.*

Os educadores das esferas municipal, estadual e federal que se mostraram preocupados com a [re]organização curricular, e a estruturação de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC), mas reconhecem que é importante que o Brasil tenha, enfim, uma BNCC. A elaboração de uma BNCC – não é um problema, o problema está na forma como a política educacional gerencialista usada na sua elaboração e para a qual se destina, foi apresentada à sociedade.

Qual o papel da BNCC na matemática dos anos iniciais, e suas nuances?

2.4.1 A BNCC e a Matemática do ensino fundamental

A BNCC e a Avaliação externa tem se apresentado como elemento desencadeador central das reformas educacionais ocorridas a partir do final do século XX. Para Brooke (2017) essas reformas evidenciam paridades, “como se estivessem seguindo um receituário de políticas educacionais, algum tipo de orquestração ou, no mínimo, uma história de origens comuns” (BROOKE, 2012, p. 325).

Segundo Santos (2016, p. 60), a discussão sobre as avaliações externas, também chamadas de avaliação em larga escala, envolve um leque de questões, tanto de natureza técnica quanto de ordem política, ambas atreladas às ações de políticas públicas que visam a qualidade na educação. A autora acrescenta que desde o final dos anos 1980 são crescentes as ações que envolvem a avaliação externa de sistemas educativos e de escolas. Em todos os países, praticamente, deixa de ser possível imaginar processos educativos que não conduzam a modalidades de julgamentos.

Matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: currículo e avaliação. Se por um lado, as avaliações e seus resultados tiveram o mérito de revelar os processos de desigualdades que permeiam os sistemas educativos. Por outro lado, têm surgido críticas às formas como as avaliações vêm sendo conduzidas. Nesse cenário, entre ponderações e críticas, destacamos Fernandes (2019), Souza (2019).

As críticas se referem, em especial, por elas estarem pautadas em uma lógica de mercado que justificam práticas meritocráticas e ranqueamento, que conduzem a uma compreensão estreita e reduzida do sentido de “qualidade” e induzem a uma padronização da produção curricular. Mas há os que defendem a avaliação externa como um processo social, que precisa ser entendido em toda a sua complexidade, particularmente, por possibilitarem às escolas reflexões sobre as suas práticas numa perspectiva mais alargada destaca Santos (2016).

A avaliação externa tem influências nas reformas curriculares? Quanto a relação das avaliações externas com o currículo, vale ressaltar que ao implantar a BNCC, as escolas não devem confundir a Base com currículo, devem buscar compreender o que é currículo, o que é o currículo escolar e suas dimensões, a fim de evitar o estreitamento, esvaziamento, afunilamento do currículo, como reforça Fernandes (2019).

O autor alerta que as escolas inseridas em comunidades com baixa renda tendem a usar mais tempo para ensinar para o “teste”, e, por isso o empobrecimento do currículo escolar é superior ao das escolas inseridas em meios mais favorecidos. Isso contribui para definição do que deve ser avaliado, interferindo no que deve ser ensinado.

Reforçamos que a BNCC não é currículo, e nem é nossa intenção definir currículo, mas destacar que a Base determina objetos de conhecimento, habilidades e competências a serem desenvolvidas e que evidenciam o distanciamento da escola à realidade dos alunos.

A BNCC e currículos têm papéis complementares para assegurar as aprendizagens essenciais definidas (BRASIL, 2017, p. 18). A Resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de 2017, capítulo V que trata sobre as Disposições finais e transitórias, e o que diz o Art. 15. As instituições ou redes de ensino podem, de imediato, alinhar seus currículos e propostas pedagógicas à BNCC. Parágrafo único.

A adequação dos currículos à BNCC deve ser efetivada preferencialmente até 2019 e no máximo, até início do ano letivo de 2020. Art. 16. Em relação à Educação Básica, as matrizes de referência das avaliações e dos exames, em Revista Cocar (v. 15, n. 33, p. 1-18, 2021, <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar>) larga escala, devem ser alinhadas à BNCC, no prazo de 1 (um) ano a partir da sua publicação (BRASIL, 2017, p. 11).

Porém esse interstício foi marcado por uma pandemia, por conta da COVID-19 que é uma doença causada pelo coronavírus, denominado SARS-CoV-2, a qual permeou todo o ano de 2020 e parte do ano de 2021, sem perspectiva ainda, em 2022, de quando sairemos. Por conta disso, o ano de 2020 foi avassalador para educação básica, e deixará efeitos nefastos por alguns pares de anos.

Reforçamos a importância que na escola ao ser pensado os currículos locais, especialmente em matemática, que sejam considerados a equidade no acesso aos recursos educacionais e aos diferentes percursos de educação e de formação.

A Matemática assume um papel fundamental de inclusão do sujeito, a partir de uma reflexão sobre sua cidadania e seu protagonismo na construção do saber. Por que o Brasil precisa de uma BNCC? A ideia de um currículo comum nacional, é prevista na Instituição Federal (BRASIL, 1988), e após mais de 30 anos, *o Brasil reuniu vários professores, empresários, intelectuais e a “sociedade” para discutir um currículo de Base Nacional Comum Curricular – BNCC.*

Destacamos a importância de um currículo comum nacional, mas evidenciamos que sem propor uma sólida formação docente, os efeitos desse currículo para os processos de ensino de aprendizagem não serão significativos.

O currículo deve superar a visão de algo formal, cumprido apenas no âmbito escolar, na sala de aula convencional, e deve ser algo em constante construção/reconstrução para atender às necessidades dos sujeitos em seus contextos. Para Lopes (2012, p. 17), nos mais diferentes contextos nos quais as políticas curriculares se desenvolvem, dentre eles as escolas, há muitos rastros de enfoques instrumentais, às vezes inclusive com destaque, principalmente no que concerne à tendência de um currículo prescrito.

Freire (1987) diz que devemos pensar sobre o currículo, para além de um currículo formal, pois esse não dá conta das experiências dos sujeitos, seja na forma individual ou coletiva, e assim, destaca que é importante abandonar o tecnicismo e partir para um currículo multifacetado.

Apesar da influência de *poder* e interesses na seleção de conteúdos visando as avaliações externas, ressaltamos a importância de se pensar o *sentido* de currículo, a partir da observância às matrizes curriculares locais, e o cuidado com o cumprimento desses conteúdos apontados na BNCC, a partir de uma educação sensível que se desenvolve para e com o outro.

Devemos partir de um olhar analítico, observando as competências e habilidades propostas pela BNCC nas suas entrelinhas, e neutralizar a ideia latente de um currículo conteudista voltado para as avaliações externas. Nesse sentido, vale destacar a seguir as 10 competências gerais da educação básica, e seus impactos na/para formação docente. A saber, BNCC (BRASIL, 2018, p. 11-12).

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e

recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. 3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural. 4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo. 5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. 6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade. 7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. 8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocritica e capacidade para lidar com elas. 9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza. 10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários (BRASIL, 2018, p. 11-12).

Nesse sentido, as competências gerais devem ser interpretadas pelos educadores como possibilidades didáticas de ampliação da concepção de currículo para além de um documento, mas como consequências de vivências nas escolas, sob à égide do acolhimento, acompanhamento, valorização da diversidade de indivíduos, dos grupos sociais, envolvendo seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, e rompendo com preconceitos de qualquer natureza (BRASIL, 2018).

Sobre o que é currículo, não é nossa pretensão, defini-lo em suas premissas, pressupostos e acepções, assumimos a posição de Lopes e Macedo (2011) quando promovem à reflexão sobre a incoerência de definir *o que é currículo*, por compreenderem que esse termo carrega consigo várias perspectivas e conotações, e dizem optar por uma perspectiva de movimento de concepção de novos sentidos.

Entendemos que o currículo deve ser dinâmico e deve principalmente, atender à realidade do estudante, deve dar total autonomia ao professor, para que este não sufoque sua criatividade em meio a um currículo congelado e engessado que não atende às necessidades dos sujeitos e sem que resolva seus problemas.

Queremos destacar nesse cenário de disputas ideológicas em que o currículo submerge, que logo após a homologação da LDBEN nº 9.394/96 (BRASIL, 1996), a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN (BRASIL, 1997), que com a BNCC (BRASIL, 2017a, p. 20) foram substituídos pela BNCC.

Quando comparados PCN e BNCC, percebemos que temas tão importantes presentes nos PCN como ética, etnia, pluralidade cultural, meio ambiente, saúde, orientação sexual, trabalho e consumo, não foram evidenciados na BNCC. Se nos PCN os temas transversais eram apresentados em documentos à parte, na BNCC eles estão dispostos no texto de forma sumária.

O professor desenvolve concepções, crenças, conhecimentos e saberes ao longo da carreira profissional e não importa com que qualidade venhamos a desenvolver os programas de formação, pois sempre os professores estarão processualmente em eterno aprendizado.

Apresentamos aqui uma breve reflexão sobre a polarização de modelos, de concepção epistemológica, pois temos de um lado o Instrucionismo (tradicional) e de outro Construtivismo (Intuicionista). Estudos sobre esses dois modelos de salas de aula reforça que cada um desses modelos o professor assume um papel diferenciado.

Na sala de aula tradicional, o professor (a) dá aos alunos vários exemplos do conceito a ser aprendido; (b) define o conceito; (c) insere no processo vários exercícios de fixação; e depois, por meio de uma “avaliação objetiva” (d), verifica se os alunos aprenderam.

Já o outro modelo de sala de aula, caracterizado como intuicionista, acontece que: (a) os alunos são os protagonistas; (b) o professor organiza as atividades estruturadas; (c) o professor trabalha o erro com contraexemplos; (d) estimula a criação de outros conceitos; (e) estimula outras formas de trabalhar o conteúdo; e (f), avalia os alunos por meio dos diálogos e projetos. Esse último modelo se coaduna com as premissas da SF

Qual é o papel que o professor deve assumir, de um professor tradicional ou intuicionista?

D'Ambrosio (1993) aponta algumas características relevantes para esse profissional que vai atuar no século XXI, que são: (i) a visão do que vem a ser a Matemática; (ii) do que constitui a atividade Matemática; (iii) do que constitui a aprendizagem Matemática; (iv) do que constitui um ambiente propício à aprendizagem Matemática.

Para enfatizar esse modelo de ensino Mendes (2001, p. 23) enfatiza o caráter investigatório do processo de construção do edifício matemático, a fim de alertar os estudiosos dessa área a pensarem mais sobre a elaboração, a testagem e, a avaliação de atividades de ensino.

Sabemos que a formação docente passa por diversos desafios de formar professores que dominem não só conteúdos, mas metodologias, teorias e recursos pedagógicos. O professor deve *aprender a aprender para aprender a ensinar*.

É comum cada vez mais, as formações continuadas/contínuas se fortalecendo a partir dos resultados das avaliações externas, e vão substituindo a ideia de formar pelo sentido, para a de preparar para o mercado.

Santos (2012, p. 39) destaca que é nesse cenário que as propostas mais progressistas ou mais conservadoras no sentido de democratização da educação têm colocado ênfase na formação do professor, e representa a implementação das políticas públicas elaboradas em nível de governo.

O professor deve ser formado para ser um mediador do conhecimento, de um conhecimento significativo para o estudante, para tanto esse professor deve: (a) ser contemporâneo e viver inteiramente o seu tempo; (b) conviver com o outro; e, além disso, (c) ter consciência e sensibilidade acerca dos conteúdos e da educação.

No que se refere ao ensino de matemática, esse professor deve ainda, visar aprimorar o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático e a capacidade de argumentação, compreensão, interpretação, projeção, criação e atribuição de significados para a realidade do sujeito.

O professor, deve ser o sujeito de sua própria formação, ser um construtor de sentidos, e ainda, um organizador da aprendizagem, reforça Freire (1987). Porém, como o professor pode atender a esse pressuposto e ao mesmo tempo se submeter a implementação de políticas públicas curriculares sem que ele tenha participado de forma direta da elaboração desses documentos curriculares?

Mas seria a BNCC o documento adequado e capaz de desencadear as mudanças qualitativas nos processos de ensino e de aprendizagem, melhorando para isso a formação docente? Para reforçar essa reflexão, lembramos

da importância de realizar essas mudanças no ensino considerando o rigor metódico; a pesquisa; a criticidade; a estética e ética; bem como, a reflexão – ação – reflexão.

O governo federal lançou a BNCC em caráter obrigatório-mandatário, a qual foi homologada pela Resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de 2017, que esclarece que esse documento: *Institui e orienta a implantação da BNCC que deve ser respeitada obrigatoriamente ao longo das etapas e respectivas modalidades no âmbito da Educação Básica.*

Os educadores das esferas municipal, estadual e federal se mostraram preocupados com a [re]organização curricular, e a estruturação de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC), mas reconhecem que é importante que o Brasil tenha, enfim, uma BNCC. A elaboração de uma BNCC, por si só não é um problema, e assim, esperamos que ela seja melhor compreendida e discutida pelos professores, em suas redes de ensino.

Para tanto, compreendemos a importância de um currículo comum nacional, mas evidenciamos que sem propor uma sólida formação docente, os efeitos desse currículo para os processos de ensino de aprendizagem podem não ser significativos.

O currículo deve superar a visão de algo formal, cumprido apenas no âmbito escolar, na sala de aula convencional, e deve ser algo em constante construção/reconstrução para atender às necessidades dos sujeitos em seus contextos. Para Lopes (2012, p. 17), nos mais diferentes contextos nos quais as políticas curriculares se desenvolvem, dentre eles as escolas, há muitos rastros de enfoques instrumentais, às vezes inclusive com destaque, principalmente no que concerne à tendência de um currículo prescrito.

Freire (1987) diz que devemos pensar sobre o currículo, para além de um currículo formal, pois esse não dá conta das experiências dos sujeitos, seja na forma individual ou coletiva, e assim, destaca que é importante abandonar o tecnicismo e partir para um currículo multifacetado.

Apesar da influência de *poder* e interesses na seleção de conteúdos visando as avaliações externas, ressaltamos a importância de se pensar o *sentido* de currículo, a partir da observância às matrizes curriculares locais, e o cuidado com o cumprimento desses conteúdos apontados na BNCC, a partir de uma educação sensível que se desenvolve para e com o outro.

Recomendamos que devemos partir de um olhar analítico, observando as competências e habilidades propostas pela BNCC nas suas entrelinhas, e neutralizar a ideia latente de um currículo conteudista voltado para as avaliações externas.

Sobre o que é currículo, não é nossa pretensão, defini-lo em suas premissas, pressupostos e acepções, mas assumimos a posição de Lopes e Macedo

(2011) quando promovem à reflexão sobre a incoerência de definir *o que é currículo*, por compreenderem que esse termo carrega consigo várias perspectivas e conotações, e, assim, dizem optar por uma perspectiva de um currículo em movimento de concepção de novos sentidos.

Para Santos (2017), o currículo deve ser dinâmico e deve principalmente, atender à realidade do sujeito, deve dar total autonomia aos autores educacionais, para que estes não sufoquem sua criatividade em meio a um currículo congelado e engessado que não atende às necessidades contextuais e sem que resolva problemas cotidianos.

Repensar o currículo de matemática para a formação do docente, pode ser decisivo para a supressão de um modelo de ensino que precariamente corresponde às exigências formativas, sem garantir que os pedagogos exerçam com propriedade seus saberes docentes, sua ciência, para dar novo significado à educação na escola.

As reflexões de Freire (1987) mesmo a mais de três décadas, falam de um professor contemporâneo “que deve viver inteiramente o seu tempo, conviver com o outro, ter consciência e sensibilidade acerca dos conteúdos e da educação, ser um mediador do conhecimento diante do aluno, que nesse contexto, é o sujeito de sua própria formação, continuamente, além de ser um construtor de sentidos, e ainda, um organizador da aprendizagem...”

Com a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação-LDBEN nº 9.394/96, o currículo passa ser centro das discussões em nível nacional, mais efetivamente, ganha mais força e adesão, a partir dos Programas de formação docente, em nível inicial e médio, podemos destacar para a Iniciação à Docência – o PIBID e para a formação inicial – a Base de Formação.

Destacamos que as resoluções e outros documentos oficiais como Plano Nacional de Educação – PNE e as Diretrizes Curriculares Nacionais – DCN (2002, 2015, 2019), para elaboração do plano de formação para docência no Brasil, emitidas pelo Conselho Nacional de Educação (CNE), são para atender à regulamentação da LDBEN nº 9.394/96 (BRASIL, 1996), pois são as DCN apoiadas na lei que apontam as mudanças curriculares, a fim de regulamentar a formação docente, em seus preceitos como carga horária, estruturação curricular, bem como alguns princípios formativos a serem considerados pelos elaboradores dos Projeto Pedagógico dos Cursos de licenciaturas.

O Plano Nacional de Educação – PNE (BRASIL, 2014) representa que governo, sociedade e educadores das esferas municipal, estadual e federal estão preocupados com a reorganização curricular, e a estruturação de uma BNCC (BRASIL, 2018).

Em 2022, a DCN de 2002 faz 20 anos, e nesse percurso surge a de 2015, que foi pensada em consonância ao PNE de 2014, e 4 anos depois, sem ainda

termos consolidado a DCN de 2015, surge a DCN de 2019. Quais mudanças as DCN impactam na formação docente nos últimos 20 anos?

As DCN de 2002, mudaram os cursos de formação de professores que adotavam um modelo de priorização dos conteúdos específicos, no qual a formação se dava com um acréscimo de um ano de disciplinas do campo pedagógico após a efetivação de três anos de formação específica, modelo conhecido como “3+1”.

Nas DCN de 2015, trouxe mudanças mais profundas para as instituições formadoras, nos currículos das licenciaturas e nas posturas dos formadores, e o rompimento com as assimetrias nacionais, regionais, estaduais, municipais e institucionais. Já a DCN de 2019, informa que visa a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem escolar, e prever adequar a formação docente a BNCC (2018).

Nesse percurso teórico, percebemos que as estruturas curriculares de alguns cursos de licenciaturas, de modo geral, apresentam matrizes curriculares compostas por um excesso de componentes curriculares de fundamentos, entre eles as Psicologias, Sociologias, Filosofias, Antropologias entre outras, e a formação específica em determinadas áreas do conhecimento, relacionadas ao processo de aprendizagem dos alunos dos anos iniciais que são no caso a Matemática, História, Geografia, Português, Ciências aparecem no máximo uma vez. Em diálogos com estudantes matriculados na disciplina de matemática, eles foram unânimes em perguntar por que o curso de Pedagogia tem tantas disciplinas de fundamentos e quando chegam nos ensinamentos, o curso só oferece uma disciplina para cada área?

Antes de qualquer reflexão sobre formação docente, é preciso buscar apoio numa concepção em que o currículo passa por uma seleção política de conteúdos considerados válidos, comportamentos considerados aceitáveis/desejáveis/necessários a partir de regras postas como intransponíveis e de documentos oficiais considerados importantes, em um determinado momento histórico, mas que não podemos adotar essa prática como estática e sem movimento. Assim, vale pensar às mudanças curriculares à luz das DCN e de seus percursos históricos, considerando o contexto nacional para as devidas transformações, e nos profissionais que queremos apresentar à sociedade.

Propomos assim, uma reflexão sobre o papel do PCN e da BNCC na/para as mudanças curriculares na formação docente, a serem imprimidas aos futuros professores, bem como, suas nuances e perspectivas, refletidas a seguir à luz dos temas em destaque no quadro 5.

Quadro 5 – Temas transversais dos PCN *versus* Temas especiais da BNCC

Temas transversais dos PCN (BRASIL, 1997)	Temas contemporâneos da BNCC (BRASIL, 2017)
Ética	Educação em Direitos Humanos
Pluralidade Cultural	Culturas Indígenas, Afro-brasileira e africana
Meio Ambiente	Educação Ambiental
Saúde	Saúde
Orientação Sexual	*****
Trabalho e Consumo	Economia, Educação Financeira e Sustentabilidade
*****	Culturas Digitais

Fonte: Elaboração própria.

De modo mais evidente, vimos que a BNCC (BRASIL, 2017) destaca como temas que devem ser tratados pelos sistemas de ensino locais em seus currículos, de forma transversal e integradora, os temas: (i) direitos da criança e do adolescente; (ii) educação para o trânsito; (iii) educação ambiental; educação alimentar e nutricional; (iv) processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso; (v) educação em direitos humanos; (vi) educação das relações étnico-raciais e ensino de história e cultura afro-brasileira, africana e indígena; e (vii), saúde, vida familiar e social, educação para o consumo, educação financeira e fiscal, trabalho, ciência e tecnologia e diversidade cultural, em atendimento, respectivamente às suas leis (BRASIL, 2017, p. 19-20).

Na BNCC (BRASIL, 2017), essas temáticas são contempladas em habilidades dos componentes curriculares, cabendo aos sistemas de ensino e escolas, de acordo com suas especificidades, tratá-las de forma contextualizada.

Embora só em 2017, tenhamos homologado uma BNCC, Morin (2003) já trazia reflexões sobre que o currículo não cabe em um programa, mas sugere que as discussões sejam impulsionadas na formação do professor, e que esse profissional impulse na escola, a inteligência geral, em que se faz necessário o exercício da curiosidade, a qual ele reforça que frequentemente tem sido aniquilada pela instrução, repetição e mera reprodução.

Já que a BNCC (BRASIL, 2017) é um documento de caráter mandatório, e deverá reger os processos de ensino e de aprendizagem em nível nacional, por anos, é necessário que *os(as) professores(as)* se debrucem sobre ela para reflexões críticas, a fim de interpretá-la, atuá-la para implementá-la.

O subtópico seguinte provoca um debate mais especificamente, sobre os objetos do conhecimento da matemática dos anos iniciais do ensino fundamental, propostos na BNCC (BRASIL, 2018).

2.4.2 *Objetos de conhecimento: conteúdos matemáticos*

Com a alteração da LDB por força da Lei nº 13.415/2017, a legislação brasileira passa a utilizar, concomitantemente, duas nomenclaturas para se referir às finalidades da educação: Art. 35-A. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) definirá direitos e objetivos de aprendizagem da educação básica, conforme diretrizes do Conselho Nacional de Educação, nas seguintes áreas do conhecimento [...] Art. 36. § 1.º A organização das áreas de que trata o *caput* e das respectivas competências e habilidades será feita de acordo com critérios estabelecidos em cada sistema de ensino (BRASIL, 2017).

A propósito disso, a BNCC (BRASIL, 2017, p. 28) ressalta que

Para garantir o desenvolvimento das competências específicas, cada componente curricular apresenta um conjunto de habilidades. Essas habilidades estão relacionadas a diferentes objetos de conhecimento – aqui entendidos como conteúdos, conceitos e processos –, que, por sua vez, são organizados em unidades temáticas.

As cinco unidades temáticas de matemática apresentadas na BNCC, se correlacionam e orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas durante os anos que compõem os anos iniciais do Ensino fundamental. Cada uma dessas unidades pode receber ênfase distinta, conforme o ano de escolarização, definindo os conteúdos, conceitos, processos e escolhas curriculares nas escolas.

Diante dessas informações apresentadas na BNCC (BRASIL, 2018) optamos pela exposição dos objetos de conhecimento matemático do 5.º ano do ensino fundamental dos anos iniciais obrigatórios na BNCC, e as implicações para a elaboração das matrizes curriculares locais.

Apresentamos os objetos de conhecimento, a seguir, destacando que esses foram organizados em unidades temáticas sendo adequados às especificidades dos diferentes componentes curriculares.

E nisso, cada unidade temática considera um leque maior ou menor de objetos de conhecimento, e, por conseguinte, cada objeto de conhecimento se relaciona a um número variável de habilidades.

A BNCC (BRASIL, 2018) não traz grandes mudanças além do fato de ser obrigatória e ter organizado os conteúdos não mais em blocos, mas em unidades temáticas e ter acrescentado uma área – a álgebra, e ainda, ter mudado o nome dos blocos espaço e forma, para geometria, de tratamento da informação, para probabilidade e estatística.

Se de um lado temos críticas à elaboração de uma BNCC (AGUIAR; DOURADO, 2018), de outro lado temos os institutos (MOVIMENTO PELA

BASE, 2015) que a defendem, é importante que reflitamos sobre as garantias de que a partir da implantação da BNCC os estudantes aprenderão mais e com maior qualidade, e seus direitos de aprendizagem serão preservados, bem como seus valores sócio histórico-culturais.

Santos (2018) nos lembra que precisamos apreender o que é qualidade de educação e como os objetos do conhecimento da matemática dos anos iniciais do ensino fundamental se conectam com os direitos de aprender. Sobre a qualidade da educação, a autora destaca alguns elementos basilares, como a garantia do direito de aprender para todos, a partir de currículo que atenda à realidade dos sujeitos da escola, além de professores valorizados, pais e alunos satisfeitos, uma infraestrutura adequada, além de oportunidades educacionais equitativas, ofertadas pelos gestores, a todos.

De acordo com a BNCC “garantem” por sua obrigatoriedade que todos(as) os(as) alunos(as) irão “aprender” ou terão o “direito de aprender” esses conteúdos matemáticos. Cabe a cada professor, profissional da educação, ficar atento a essa performatividade dessa política pública (BALL, 2002).

Quanto a relação das avaliações externas com o currículo, vale ressaltar que ao implantar a BNCC, as escolas não devem confundir a Base com currículo, devem buscar compreender o que é currículo, o que é o currículo escolar e suas dimensões, a fim de evitar o estreitamento, esvaziamento, afunilamento do currículo, como reforça Fernandes (2019).

O autor alerta que as escolas inseridas em comunidades com baixa renda tendem a usar mais tempo para ensinar para o “teste”, e, por isso o empobrecimento do currículo escolar é superior ao das escolas inseridas em meios mais favorecidos. Isso contribui para definição do que deve ser avaliado, interferindo no que deve ser ensinado.

Reforçamos que a BNCC não é currículo, e nem é nossa intenção definir currículo, mas destacar que a Base determina objetos de conhecimento, habilidades e competências a serem desenvolvidas, a fim de minimizar o distanciamento da escola à realidade dos alunos. Portanto, a BNCC e os *currículos têm papéis complementares para assegurar as aprendizagens essenciais* (BRASIL, 2017, p. 18).

A Resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de 2017, capítulo V que trata sobre as Disposições finais e transitórias, e o que diz o Art. 15. As instituições ou redes de ensino podem, de imediato, alinhar seus currículos e propostas pedagógicas à BNCC. Parágrafo único. A adequação dos currículos à BNCC deve ser efetivada preferencialmente até 2019 e no máximo, até início do ano letivo de 2020. Art. 16. Em relação à Educação Básica, as matrizes de referência das avaliações e dos exames, em larga escala, devem ser alinhadas à BNCC, no prazo de 1 (um) ano a partir da sua publicação (BRASIL, 2017, p. 11).

Porém esse interstício foi marcado por uma pandemia, por conta da COVID-19 que é uma doença causada pelo coronavírus, denominado SARS-CoV-2, a qual permeou todo o ano de 2020 e parte do ano de 2021, sem perspectiva ainda de quando sairemos dela. Por conta disso, o ano de 2020 foi avassalador para educação básica, e deixará efeitos nefastos por alguns pares de anos.

Reforçamos a importância que na escola ao ser pensado as diretrizes curriculares, especialmente em matemática, que seja considerada a equidade no acesso aos recursos educacionais e aos diferentes percursos de educação e de formação dos sujeitos naquele contexto, além da observância aos desastres epistêmicos proporcionados pela ausência deles, na escola, nos anos de 2020-2021, período pandêmico.

2.4.3 Conteúdos matemáticos: conceituais, procedimentais e atitudinais

Os processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática acontecem em diversas situações e em múltiplos ambientes, que variam desde o convívio em casa até os grupos sociais, como: igreja, parque, clube, escola etc. Mas é na escola, especificamente, nas salas de aulas, que os conhecimentos formais são *apresentados, ampliados, aprofundados e consolidados*.

Tomamos o ambiente escolar, como o lugar por excelência, ideal para o desenvolvimento eficaz do processo de alfabetização matemática, a partir de um bom planejamento, composto por uma boa metodologia, e, elaborado por um profissional valorizado.

Esse é conjunto ideal para a mobilização de uma educação mais qualificativa. Com base em Coll (1997), relembramos que há três categorias fundamentais de conteúdos de ensino. Vejamos o quadro 6 a seguir.

Quadro 6 – Características dos conteúdos matemáticos

Reflexões pedagógicas sobre os conteúdos matemáticos		
Conceitual	Procedimental	Atitudinal
O que é preciso saber? – Designam o conjunto de objetos, acontecimentos ou situações que possuem certas características comuns. Referem-se à construção ativa de capacidades intelectuais para operar símbolos, imagens, ideias e representações que permitam organizar as realidades.	O que é preciso saber fazer? – resultados e meios para alcançá-los, articulados por ações, passos ou procedimentos a serem implementados e aprendidos. Por em prática os conteúdos conceituais.	O que admite ser? – Normas e de valores: correspondem ao compromisso filosófico da escola, provendo aspectos que nos completam como seres humanos, que dão razão e sentido ao conhecimento científico.

Fonte: Adaptações de Zabala(1998).

Para Zabala (1998, p. 51), os objetivos não devem ser

a “fórmula magistral”, mas a melhora da prática. Mas isto não será possível sem o conhecimento e uso de alguns marcos teóricos que nos permitam levar a cabo uma verdadeira reflexão sobre esta prática, que faça com que a intervenção seja o menos rotineira possível; que atuem segundo um pensamento estratégico que faça com que nossa intervenção pedagógica seja coerente com nossas intenções-e nosso saber profissional.

Objetivos coerentes com a prática, proporcionam aulas de matemática que garantam aos alunos a possibilidade de se (re)descobrirem como seres pensantes, reflexivos.

Kamii (1986) alerta que em alguns espaços educacionais, os alunos não são vistos, inicialmente, como seres pensantes, seres capazes de refletirem sobre os mais variados temas, e, por vezes, esses alunos são tidos como um recipiente vazio que aos poucos deve ir sendo cheio, sendo um certo nível no 1.º ano, um pouco mais no 2º. ano, mais um pouco no 3.º ano, e, assim, sucessivamente. Ainda que não seja adequado, é possível nesses espaços, encontrar crianças reproduzindo modelos, sem que seja lhes possibilitado momentos de reflexão.

Nacarato e Galvão (2014) destacam que no que se refere à alfabetização matemática, diante da demanda exigida aos sujeitos pela sociedade, ser alfabetizado significa saber ler, escrever, interpretar textos e possuir habilidades matemáticas que o façam agir criticamente sobre/na sociedade.

Entretanto, a alfabetização matemática não supre todas as necessidades de um sujeito dito letrado, mas auxilia a esse sujeito diante de problemas cotidianos, que envolvem a leitura e interpretação das contas de luz, telefone, água etc., ou seja, o ajuda na leitura de mundo.

Compreendemos que uma prática pedagógica baseada na perspectiva do letramento, pode possibilitar a superação de um ensino reprodutivista, e abre oportunidades para um ensino pela descoberta. A concepção de letramento remete a ideia de que a leitura e a escrita trazem consequências sociais, culturais, políticas, econômicas, cognitivas, linguísticas, seja para o ambiente escolar, seja para os demais grupos em que o indivíduo esteja inserido.

Exemplificamos a partir da reflexão sobre o conceito de número, a relevância da representação gráfica, oral e escrita dos elementos matemáticos para o desenvolvimento do pensamento matemático dos sujeitos em fase de alfabetização, na perspectiva do letramento matemático. Para tanto, a seguir, para contemplar nosso objetivo apresentamos reflexões sobre o conceito de número, discussão sobre o letramento matemático e sugestões de atividades, a partir dos subsídios metodológicos da Sequência Fedathi.

O conceito de número implica em desenvolver o pensamento aritmético, e forma de quantificar objetos, julgar e interpretar argumentos baseados em contagem, e nesse processo é relevante desenvolver, as ideias de equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática.

Para os alunos construírem o conceito de número, é preciso que o professor proponha atividades que envolvam, as ideias de comparação, classificação, correspondência, sequenciação, ordenação, seriação, inclusão hierárquica, visando a conservação de quantidade, volume e massa.

O professor é o principal responsável para criar uma atmosfera de aprendizagem, e deve proporcionar aos alunos condições reais de aprendizagem, por meio de recursos didáticos adequados. É a partir de das situações cotidianas que os alunos constroem hipóteses sobre o significado dos números e começam a elaborar conhecimentos sobre a composição e decomposição e quantidades.

Conceitualmente, a construção do conceito de número precisa ir além das atividades cotidianas, pois é uma construção que necessita aritmeticamente, do desenvolvimento do pensamento lógico-matemático que exige maturação do sujeito.

Para Lorenzato (2008), a formação do conceito de número depende da relação de equivalência entre dois conjuntos e, é um processo longo que se utiliza de várias ideias, como: (a) a cardinalidade; e (b) a ordinalidade.

Por exemplo: (a) Cardinalidade: é o reconhecimento do número de elementos que compõem o conjunto, isto é, a identificação da quantidade; e a (b) Ordinalidade: é a capacidade de definir um conjunto de valores no qual cada valor, exceto o primeiro, tem um único antecessor, e cada valor, exceto o último, tem um único sucessor.

Para que essa construção aconteça é preciso que o estudante seja desafiado por atividades em que ele necessite classificar objetos mediante um atributo comum; precise explicitar os critérios de classificação utilizados num agrupamento; que precise seriar objetos de acordo com critério determinado; aprenda a inserir objeto em um grupo em que os objetos estão seriados; que saiba comparar grupos de objetos utilizando diferentes estratégias para quantificá-los.

Ressaltamos que as investigações a respeito da construção do conceito de número pela criança mostram que a gênese do número ocorre ao mesmo tempo entre os números cardinais e os números ordinais. Lorenzato (2008) reforça que a percepção de quantidade, é percebida naturalmente nas crianças de pouca idade quando elas reconhecem que um conjunto de três objetos é maior do que um de dois objetos, temos aí o início do senso numérico.

Ainda é necessário que elas realizem com competência tarefas para complementar um grupo de objetos, a fim de que fique com a mesma quantidade que outro grupo determinado; elas ainda devem saber organizar grupos de objetos em ordem crescente ou decrescente considerando as diferenças numéricas entre eles; e, por fim, devem saber inserir um grupo entre outros organizados por ordem numérica.

Após a realização dessas ações, o estudante terá demonstrado suas habilidades matemáticas e possivelmente estará pronto para iniciar o trabalho com as operações fundamentais aritméticas.

Nessa direção, o letramento não pode se resumir a língua portuguesa, e muito menos aos atos de ler e escrever, pois interpretar, representar graficamente, verbalizar seu pensamento matemático, apresentar suas estratégias, registrar as construções matemáticas, são partes indissociáveis do processo de letramento matemático, e relevantes nas resoluções das operações.

As situações desafiadoras, têm como finalidade promover o desenvolvimento global e harmônico dos sujeitos, tanto no que diz respeito ao físico, histórico, social, cultural, intelectual, como também do afetivo, ético e moral, implicando numa formação para/na cidadania de sujeitos autônomos, críticos, e, portanto, capazes de pensar por si mesmos, e de resolver situações-problemas em sociedade.

As atividades devem partir do pressuposto de que numeral: é o conhecimento social, a representação escrita e verbalizada; o algarismo: é o conhecimento físico – o símbolo; o número: conhecimento lógico-matemático – a ideia – conservação de quantidade (grandeza discreta), medida ou volume (grandeza contínua).

Assim, os números são as relações mentais (psicológicas) que se estabelecem entre as quantidades do mundo físico em que vivemos. As atividades a seguir, são baseadas no letramento matemático.

A professora na Tomada de Posição I, solicita que os alunos contemplem a imagem, a fim de perceber na imagem dentre outros elementos: (i) quantos personagens têm; (ii) classificar por gênero; (iii) ordenar por tamanho dos personagens, além de ver a possibilidade de eles reproduzirem a imagem, elaborar texto e trabalhar também a inclusão hierárquica.

É importante que a matemática ensinada na escola e aprendida no cotidiano colabore para que os alunos reconheçam problemas, busquem soluções, selecionem informações, tomem decisões que colaborem para o desenvolvimento de uma ampla capacidade para lidar com atividades matemáticas, visando a consolidação de habilidades que possibilitem ao aluno adaptar-se às exigências do mundo contemporâneo.

Para a efetivação dessa proposta de ensino, depende essencialmente da formação dos professores, uma formação que contemple uma visão de ensino, baseada não apenas na verificação de quantas informações o aluno “armazena/guarda”, mas como o estudante utiliza e dar sentido ao que aprende, para isso faz-se necessário uma metodologia que trabalhe a mudança na postura do professor, visando um professor mais dinâmico, e um aluno mais participativo, nesse caso indicamos a metodologia Sequência Fedathi, apresentada anteriormente.

A seguir vamos compreender a importância de uma das Unidades Temáticas da BNCC (BRASIL, 2018), a unidade Número.

NÚMEROS

Os processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática acontecem em diversas situações e em múltiplos ambientes, que variam desde o convívio em casa até os grupos sociais: igreja, parque, clube, escola etc. No entanto, é na escola, especificamente, nas salas de aulas, que os conhecimentos formais são apresentados, ampliados, aprofundados e consolidados. Desse modo, não podemos negar a relevância da escola, do trabalho em sala de aula realizado por professores e alunos, pois é nesse espaço que acontecem as interações que possibilitam a consolidação desse aprendizado.

Nessa perspectiva, consideramos o ambiente escolar, o lugar por excelência, ideal para o desenvolvimento eficaz do processo de alfabetização matemática, e, portanto, ressaltamos que um bom planejamento, composto por uma boa metodologia e um profissional motivado, é o conjunto perfeito para mobilizar os alunos para o sucesso da/na alfabetização matemática. Compreendemos que as aulas de matemática devem garantir ao alunado a possibilidade de se (re)descobrirem como seres pensantes, e entendemos que somente será possível na perspectiva do letramento, pois para a educadora Magda Soares

O letramento não é só de responsabilidade do professor de língua portuguesa ou dessa área, mas de todos os educadores que trabalham com leitura e escrita. “Mesmo os professores das disciplinas de geografia, matemática e ciências. Alunos leem e escrevem nos livros didáticos. Isso é um letramento específico de cada área de conhecimento. O correto é usar letramentos, no plural. Cada professor, portanto, é responsável pelo letramento em sua área”. Em razão disso, a educadora diz acreditar que é preciso oferecer contexto de letramento para todo mundo. “Não adianta simplesmente letrar quem não tem o que ler nem o que escrever. Precisamos dar as possibilidades de letramento. Isso é importante, inclusive, para a criação do sentimento de cidadania nos alunos” (SOARES, 2003, p. 3)².

Nesse entendimento, nos apoiamos em Kamii (1986) quando destaca que muitos educadores não reconhecem seus alunos como seres pensantes, seres capazes de refletirem sobre os mais variados temas, e, portanto, na maioria das vezes, apresentam esses alunos como um recipiente vazio que aos poucos deve ir sendo cheio, sendo um certo nível no 1º ano, um pouco mais no 2º ano, mais um pouco no 3º ano e, assim, sucessivamente.

Ainda que não seja adequado, os educadores ainda se valem de um modelo de ensino que induz a criança a reproduzir modelos, e ao professor transferir conhecimento, e não a reelaborar modelos, desenvolver a reversibilidade. Destacamos que o letramento, é uma possibilidade de superarmos esse modelo de ensino que só visa a reprodução e a memorização.

Nacarato e Galvão (2014) destacam que Fonseca (2009), faz uso do termo letramento para distinguir o discurso sobre a compreensão da alfabetização como uma tecnologia de aquisição do código de registro escrito da língua; de entender o letramento como aquisição desse código; e de caracterizar a leitura e a escrita como práticas sociais que se apresentam por meio de uma cultura da escrita.

As autoras destacam que no que se refere à alfabetização matemática, atribuímos a ela o aprender a ler e a escrever códigos, sistemas, noções básicas de lógica, aritmética, geometria, porém, diante da demanda exigida aos sujeitos pela sociedade, ser alfabetizado vai bem além, pois significa saber ler, escrever, interpretar textos e possuir habilidades matemáticas que o façam agir criticamente sobre/na sociedade.

Desta forma, ainda de acordo com as autoras, é possível que a alfabetização matemática não supra tais necessidades, pois possuir habilidades matemáticas constitui ser letrado, ou seja, entender e saber aplicar as práticas de leitura, escrita matemática para resolver problemas não somente escolares, mas de práticas cotidianas, sociais como: ler e interpretar gráficos e tabelas, fazer estimativas, interpretar as contas de luz, telefone, água, entre outras ações relacionadas aos diferentes usos socioculturais.

Como sujeitos planetários, precisamos que as oportunidades sejam acessíveis a todos. Nesse sentido, o responsável para criar essa atmosfera de aprendizagem, por excelência, é o professor, que deve proporcionar aos alunos condições reais de aprendizagens, por meio de recursos didáticos adequados.

No que se refere à construção do conceito de número, o PCNM (BRASIL, 1997, p. 44) aponta que

É a partir das situações cotidianas que os alunos constroem hipóteses sobre o significado dos números e começam a elaborar conhecimentos sobre as escritas numéricas, de forma semelhante ao que fazem em relação à língua escrita. As escritas numéricas podem ser apresentadas, num primeiro momento, sem que seja necessário compreendê-las e analisá-las pela explicitação de sua decomposição em ordens e classes (unidades, dezenas e centenas).

Porém, conceitualmente, a construção do conceito de número precisa ir além das atividades cotidianas, pois é uma construção que necessita aritmeticamente, do desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, pois sem

a construção das relações/conexões entre os esquemas básicos de seriação, comparação, classificação, sequenciação, ordenação, correspondência, inclusão hierárquica, o sujeito não será, enfim, conservativo de quantidade, área e volume.

Concordamos que não é um conceito fácil de ser construído, depende além da maturação do sujeito, também das possibilidades pedagógicas propostas pelo docente, pois de acordo com Lorenzato³,

a formação do conceito de número como relação de equivalência entre dois conjuntos é um processo longo, que se utiliza de várias ideias, entre elas, as de correspondência, cardinalidade, comparação, ordenação, inclusão, contagem, conservação de quantidade. A percepção de quantidade, naturalmente presente em crianças de pouca idade – que revelam reconhecer que um conjunto de três objetos é maior do que um de dois objetos –, é o início do senso numérico.

Para que essa construção aconteça é preciso que o estudante seja desafiado por atividades em que ele necessite classificar objetos mediante um atributo comum; precise explicitar os critérios de classificação utilizados num agrupamento; que precise seriar objetos de acordo com critério determinado; aprenda a inserir objeto em um grupo em que os objetos estão seriados; que saiba comparar grupos de objetos utilizando diferentes estratégias para quantificá-los.

É preciso ainda que realize com competência tarefas para complementar um grupo de objetos a fim de que fique com a mesma quantidade que outro grupo determinado; ele ainda deve saber organizar grupos de objetos em ordem crescente ou decrescente considerando as diferenças numéricas entre eles; e, por fim, devem saber inserir um grupo entre outros organizados por ordem numérica.

Após a realização dessas ações, o estudante terá demonstrado suas habilidades matemáticas e possivelmente estará pronto para iniciar o trabalho com as operações fundamentais aritméticas, pois de acordo com os PCNM (BRASIL, 1997, p. 44) grande parte dos problemas apresentados dentro e fora da matemática são resolvidos pelas operações fundamentais.

3.1 Sugestões de atividades – reflexões

As atividades ora propostas, têm como objetivo promover o desenvolvimento global e harmônico do sujeito, tanto no que diz respeito ao físico, histórico, social, cultural, intelectual, como também do afetivo, ético e moral, implicando numa formação para/na cidadania de sujeitos autônomos, críticos,

3 Que Matemática ensinar no primeiro dos nove anos do Ensino Fundamental? Disponível em: http://alb.com.br/arquivo-morto/edicoes_antiores/anais17/txtcompletos/sem07/COLE_2698.pdf. Acesso em: 22 maio 2022.

e, portanto, capazes de pensar por si mesmos, e de resolver situações-problemas em sociedade.

Considerando que para Piaget (1995), existem três tipos de conhecimentos: físico, social e lógico-matemático, destacamos que historicamente, esses tipos de conhecimentos têm sido evidenciados e precisam ser bem trabalhados, principalmente para o sucesso na construção do conceito de número.

As atividades devem partir do pressuposto de que numeral: é o conhecimento social, a representação escrita e verbalizada; o algarismo: é o conhecimento físico – o símbolo; o número: conhecimento lógico-matemático – a ideia – conservação de quantidade (grandeza discreta), medida ou volume (grandeza contínua).

[...] os números são as relações mentais (psicológicas) que se estabelecem entre as quantidades do mundo físico em que vivemos. Que tipos de relações são essas? São relações lógico-matemáticas de ordem e de inclusão hierárquica de classe. Esse tipo de conhecimento não é passível de transmissão oral porque para fazer tais relações a criança precisa de estruturas mentais específicas que lhes permitam compreender por experimentação ativa e não apenas memorizar informações. Isto é, exige compreensão e não memorização de dados (UNESP, 2011, p. 144).

Nesse sentido, de acordo com Smole (2001) os alunos devem aprender a ler e a escrever matemática, para aprender a ler e aprender matemática, para assim, também, aprender a interpretar e produzir textos matemáticos, pois o papel da matemática é buscar a organização do pensamento, desenvolver habilidades, aperfeiçoar competências relacionadas as construções do raciocínio lógico-matemático. Assim, de acordo com Nacarato (2012⁴) “você tem que pensar sempre que a matemática trabalhada na escola possibilitará a leitura de um texto”.

Portanto, tanto alunos como professores devem ter consciência que falar e fazer a representação gráfica do número a partir da cultura que a criança está inserida, conhecer os símbolos numéricos e representá-los no papel, escrever o nome do numeral ou por extenso. As atividades visam proporcionar de acordo com o estágio de maturação do sujeito, o desenvolvimento da aprendizagem matemática na perspectiva do letramento, considerando a proposta do PISA⁵. Sabemos que para o PISA, de forma geral, o letramento é a

4 NACARATO, Adair. **Escrita, leitura e ensino da matemática**. Adair Nacarato, Universidade de São Francisco/SP, em entrevista ao grupo CONTAR. Natal, RN, EDUFRRN, ano I, n. 1, out./jan. 2012.

5 Pisa, Programa Internacional de Avaliação de Alunos é um programa desenvolvido e coordenado internacionalmente pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), mas cada país participante tem uma coordenação nacional. No Brasil, o Pisa é coordenado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira/Inep.

capacidade de reconhecer e formular problemas matemáticos em situações diversas do cotidiano.

Sobre o conceito de número, tanto alunos como professores devem ter consciência que falar e fazer a representação gráfica do número a partir da cultura que a criança está inserida, conhecer os símbolos numéricos e representá-los no papel, escrever o nome do numeral ou por extenso. Entendemos que o conceito de número pode ser construído a partir de atividades práticas à luz das oficinas pedagógicas. De acordo com Santos (2007), recomendamos observar: – reflexão sobre teoria e prática; – partilha e experiências diversas; – procedimentos centrados no sujeito e no objeto; e – descobertas transformadoras da educação. As atividades devem proporcionar o protagonismo do sujeito, a partir de um leque de situações de processos de ensino e aprendizagem.

Sob a perspectiva das oficinas pedagógicas configuramos as propostas metodológicas, assim, analisamos algumas apresentadas a partir dos traços diferenciais que determinam a especificidade das propostas didáticas. Assim, podemos desenvolver as oficinas, por meio de Sequências Didáticas as quais orientam atividades:

- a) que nos permitam determinar os conhecimentos prévios que cada aluno tem em relação aos novos conteúdos de aprendizagem?
- b) cujos conteúdos são propostos de forma que sejam significativos e funcionais para os meninos e as meninas?
- c) que possamos inferir que são adequadas ao nível de desenvolvimento de cada aluno?
- d) que representem um desafio alcançável para o aluno, quer dizer, que levam em conta suas competências atuais e as façam avançar com a ajuda necessária; portanto, que permitam criar zonas de desenvolvimento proximal e intervir?
- e) que provoquem um conflito cognitivo e promovam a atividade mental do aluno, necessária para que estabeleça relações entre os novos conteúdos e os conhecimentos prévios?
- f) que promovam uma atitude favorável, quer dizer, que sejam motivadoras em relação à aprendizagem dos novos conteúdos?
- g) que estimulem a auto-estima e o autoconceito em relação às aprendizagens que se propõem, quer dizer, que o aluno possa sentir que em certo grau aprendeu, que seu esforço valeu a pena?
- h) que ajudem o aluno a adquirir habilidades relacionadas com o aprender a aprender, que lhe permitam ser cada vez mais autônomo em suas aprendizagens? (ZABALA, 1998, p. 63-64).

A construção desse conceito deve ir além das atividades cotidianas, pois é uma construção que necessita aritmeticamente, do desenvolvimento do pensamento lógico-matemático que exige maturação do sujeito aprendiz. Desse modo, vejamos algumas atividades propostas no quadro a seguir, na perspectiva do letramento matemático.

Quadro 7 – Atividades na perspectiva do letramento matemático

CONCEITO DE NÚMERO X ATIVIDADES				
Nível cognitivo	Imagem	Faixa etária	Conceitos	Atividades
1º Ano	 (googleimages, 2014)	5-6	Ordenação; Comparação; Quantidade; Classificação.	Contar os personagens; Classificar quanto ao gênero; Comparar os personagens, sem critérios estabelecidos; Produção de texto, após a leitura da imagem.
2º ano	 (googleimages, 2014)	6-7	Conservação de quantidade; Sistema monetário; Inclusão hierárquica; Narrativa.	Correção ortográfica das palavras da placa; Construção de situações-problemas; Produção textual.
3º. Ano	 (googleimages, 2014)	7-8	Formas; Classificação simples; Conservação de espaço e forma; Medidas.	Reconhecimento de figuras; Escrita do nome das figuras; Representar gráfica das figuras; Planificação.

Fonte: Própria.

Na alfabetização matemática, o estudante precisa além de decodificar letras e números, requer também pensar sobre as ações que realiza, e deve saber desfazê-las, quando for solicitado. As operações irreversíveis são difíceis

para as crianças compreenderem, mas a partir das atividades propostas pelos professores essas ações são facilitadas, contribuindo para o processo de desenvolvimento na construção do conceito de número.

É importante nesse contexto, ressaltarmos um modelo de ensino pautado na reflexão-ação-reflexão, visando sempre que o mais importante segundo Morin (2011) “que mais vale uma cabeça bem-feita do que uma cabeça cheia”. Mas a efetivação desse modelo de ensino vai depender da formação dos professores, da forma como são propostas as situações-problemas aos estudantes, pois esperamos que o mais importante não seja apenas a de verificar quantas informações o aluno “armazenou/guardou”, mas sim perceber como o estudante utiliza/aplica o que realmente consegue aprender.

O aluno precisa sentir que o que aprendeu faz sentido na/para sua vida, mesmo que ele só tenha 5 ou 7 anos de idade, e o professor precisa ter essa consciência epistemológica.

Sobre essa unidade, podemos dizer ainda que deve possibilitar ao sujeito de reconhecer o mundo, como seu espaço físico, proporcionando-o levar a realidade, as situações cotidianas para a formalização dos conteúdos matemáticos, de forma crítica, na/para cidadania, dentro e fora do ambiente escolar.

Editora CRV - Proibida a impressão e/ou comercialização

OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS ARITMÉTICAS

Operar, em sentido geral, podemos dizer que é sempre que agimos sobre os objetos. Quando um bebê movimenta seus braços e pernas, ou quando empurra um objeto ou executa ações como bater, puxar, etc., está realizando operações sobre ele próprio e sobre os objetos.

Quando um médico opera um paciente, está realizando ações como cortar, costurar, entre outras, cuja finalidade é transformar o doente em uma pessoa sadia. *Operar, enfim, é agir sobre os objetos e, de alguma maneira, realizar transformações.*

Num processo de interação com as operações físicas estão as que construímos durante nosso desenvolvimento: as operações intelectuais ou operações mentais.

Assim, todo o pensamento depende das ações. O pensamento se dá nas relações que o sujeito cria a partir de suas ações com os objetos e que não dependem dos objetos em si. Pense e responda: Nesse caso, o conceito de número, depende da qualidade do objeto para ser elaborado?

A apresentação da origem dos algoritmos, ou seja, da sua gênese, pode ser feita “em espiral”, isto é, de forma recorrente, a partir dos primeiros anos. Pode-se avançar, de cada vez, até onde o desenvolvimento cognitivo da criança o permita, e retomar as etapas anteriores sempre que se voltar ao assunto.

Bruner (1965) critica as metodologias expositivas, pois compreende que a aprendizagem das Ciências se dá melhor a partir do envolvimento dos alunos(as) no processo de descoberta e no uso das metodologias científicas próprias de cada ciência, com isso reforça que: “*Julgamos que, logo de início, o aluno deve poder resolver problemas, conjecturar, discutir da mesma maneira que se faz no campo científico da disciplina*” (BRUNER, 1965, p. 1014).

Contrariando Piaget, Bruner não via qualquer obstáculo de ordem cognitiva e desenvolvimental ao ensino das Ciências com crianças pequenas. Nesse sentido, o currículo em espiral de Bruner é fundamentado pela caracterização do desenvolvimento dos estágios, porém esta fundamentação serve como uma orientação para adaptar estratégias de ensino aos diferentes modos de ver o mundo em diferentes idades e não para selecionar ou excluir conteúdos ou conceitos.

Com isso, deve-se pensar nos processos de ensino e aprendizagem, sempre retomando os conceitos, reelaborando e ampliando-os de acordo com o desenvolvimento cognitivo do estudante.

É importante estimular o cálculo mental para o desenvolvimento do sentido/conceito de operar?

Em geral, no ensino escolar, não se prioriza o cálculo mental. Algumas pessoas praticam o cálculo mental porque desde pequenas foram estimuladas para isto, ou porque têm necessidade de calcular sem lápis e papel, usando um algoritmo próprio. Ex.: É o caso de comerciantes, caixas bancários, feirantes etc.

É importante que os conceitos fundamentais do sistema de numeração decimal (SND) e das propriedades das operações tenham sido bem trabalhados com os estudantes, pois os procedimentos de cálculo mental se apoiam nessas propriedades, e colocam em ação diferentes tipos de escrita numérica, assim como diferentes relações entre os números.

O cálculo mental permite maior flexibilidade de calcular, bem como maior segurança e consciência na realização e confirmação dos resultados esperados, tornando-se relevante na capacidade de enfrentar problemas, bem como, apontam para a importância de uma aprendizagem com significado e do desenvolvimento da autonomia do aprendiz.

Para tanto, é importante que o professor tenha clareza que todo trabalho de iniciação matemática pressupõe o conhecimento, por parte do educador, da gênese do número, etapa prévia para a compreensão dos mecanismos que estão na base das operações fundamentais.

É preciso que ao lidar com o algoritmo, para que o aluno compreenda as operações, o professor rompa com o paradigma enraizado na escola em que o professor usa uma “manobra” chamada “**vai um**” numa adição, e o pedir “**emprestado**” numa subtração etc.

Outra reflexão importante é na operação da divisão, por que na escola inicia-se sempre com a divisão exata, e por que na multiplicação não explicamos ao aprendiz que posso encontrar o resultado a partir das somas das parcelas? Explicando as ideias fundamentais do Sistema de Numeração Decimal, de que ele é aditivo e multiplicativo.

Os princípios do Sistema de Numeração Decimal (SND) devem ser construídos, e o uso pedagógico do Quadro Valor de Lugar (QVL) pode colaborar, assim como o uso ábaco etc. É importante também compreender que essas operações envolvem o processo de conservação e reversibilidade, e se encontram num sistema de estruturas aditivas e estruturas multiplicativas.

Com essa compreensão, o sujeito começa a perceber melhor o significado das operações no SND e a valorizar mais o importante papel dos algoritmos, isso é, para o aprendiz algo como identificar o “fio da meada”, ou seja, começar a entender os porquês, os fundamentos, as nuances.

As reflexões acerca das ideias que envolvem as operações, são extremamente relevantes. Nas salas de aula da escola, é comum o estudante, ao tentar resolver um problema, perguntar a(o) professor(a) se a conta “é de mais?” ou “é de menos?” etc.

Isso evidencia que ele não conseguiu identificar no problema quais as ideias envolvidas e não associou logicamente essas ideias às operações a serem realizadas.

Outra habilidade relevante nessa construção, é a capacidade de *fazer estimativas* acerca do resultado de uma determinada situação-problema, isso está intimamente ligada à compreensão lógica do problema a ser realizado e na resolução de tal situação-problema.

Para que o sujeito seja conservativo de quantidade e possa resolver com competência as situações-problema, o professor deve observar se este tem percepção de senso numérico e sentido numérico. Pois o senso numérico bem desenvolvido é refletido na habilidade do aprendiz de estimar quantidade, reconhecer *erros*, fazer comparações quantitativas do tipo: *maior do que, menor do que e equivalência*.

O sujeito com senso numérico desenvolvido tem uma compreensão do significado dos números, por exemplo, no problema $5/12 + 3/7$ pode ser resolvido da forma convencional, encontrando um denominador comum, ou reconhecendo que cada fração é um pouco menor do que $1/2$, de forma que o resultado do problema deve ser um pouco menor do que um.

A forma convencional se dá por meio da aplicação de um procedimento memorizado, mas a outra forma exige conhecimento do que os números verdadeiramente representam, ou seja, requer senso numérico. O senso numérico permite ao sujeito aprendiz compreender que nas operações matemáticas, como a adição, há aumento do tamanho de um conjunto, e, por exemplo, na divisão se gera conjuntos menores e equivalentes.

Já o sentido numérico refere-se a uma compreensão ampla e intuitiva sobre os números, seus usos, interpretações e relações. O desenvolvimento de um sentido numérico em potencial expressa uma familiaridade com o mundo dos números e seus usos no cotidiano.

Portanto, compreender os números a partir de sua história e saber que os homens passaram por várias etapas e dificuldades para chegar ao desenvolvimento dos números como um sistema de regras com invenções e convenções é de fundamental importância, principalmente para que o sujeito perceba a importância do número no seu cotidiano, e mais adiante as relações matemáticas do que ele vive com ele aprende na escola.

4.1 Quantos tipos de ações diferentes podemos realizar?

É necessário realizarmos algumas propostas para que os sujeitos possam experienciar as situações-problema e ampliem seus conceitos matemáticos. Por exemplo, podemos pedir ao sujeito que pense sobre uma ação em que

ele é convidado a colocar um lápis em cima de uma mesa, e pode também tirá-lo de lá.

Que tipo de ação é essa? Essa é uma ação reversível no espaço, mas não no tempo. Não podemos voltar o tempo atrás e por isso todas as ações são irreversíveis em relação ao tempo.

Mas se ele pegar um ovo e fritá-lo, não poderá mais refazer esse processo com o mesmo ovo, porém poderá refazer com um outro ovo. Assim, essa é uma ação reversível no espaço (considere a ação sobre o objeto) e irreversível no tempo.

Vamos pensar outras ações, que envolvam o processo de **reversibilidade** no pensamento, pois toda e qualquer ação pode ser feita e refeita em nossas estruturas lógicas. No pensamento, temos a capacidade de retornar ao ponto de partida de qualquer ação.

Sobre as **operações diretas**, podemos ressaltar algumas ações que realizamos são, por convenção, denominadas operações diretas, pois elas possuem a propriedade de transformar uma situação considerada inicial, por exemplo, vestir a meia e colocar o sapato. Ou nas **operações inversas**, as quais têm a propriedade de desfazer as operações diretas e voltar à situação inicial, exemplo, tirar o sapato e depois a meia.

Tais ações cotidianas, podem ser usadas para que o sujeito compreenda as propriedades matemáticas como a **propriedade comutativa** – comutar é trocar. Vejamos então se podemos trocar a ordem das ações a seguir sem alterar o resultado. Exemplo, colocar o chapéu e depois o relógio, ou colocar o relógio e depois o chapéu, posso dizer que representa a comutatividade?

Mas tem outras operações que dependem de uma determinada ordem para serem realizadas e, se esta ordem for alterada, o resultado será completamente diferente. Vejamos, se o sujeito, calçar meias e sapatos, ou descascar uma banana e comê-la, é possível usar a propriedade comutativa nessas ações?

Ao iniciar as operações com os nossos estudantes, é muito importante verificar se ele é conservativo de quantidade, se entende o processo de reversibilidade e se tem desenvolvido o sentido numérico.

4.2 O algoritmo da adição

A adição está ligada as situações que envolvem as ações de: *reunir, juntar ou acrescentar*. No entanto, quando reunimos, concretamente, conjuntos de objetos, não estamos efetuando a operação matemática de adicionar; para tal, é necessário que deixemos de pensar nas coleções de objetos em si e passemos a considerar apenas a quantidade de objetos que estamos reunindo.

Na própria maneira de representar os números está presente a adição. Lembra-se do princípio aditivo? O nome de um número, em geral, traz embutida a ideia da adição?

Para compreendermos melhor, vamos pensar sobre essas situações-problema que envolvem as ideias da adição: Um fazendeiro dispõe de dois rebanhos A e B. Sendo A com 13 cabeças e outro B 19 cabeças. Ele quer saber quantos carneiros tem ao todo.

Ideia de Reunir: reunimos as duas quantidades e vai contando. **Ex.:** coloca todos os rebanhos (A e B) reunidos, e vai contando um a um. Nessa ideia de adição, o que conta é agora você tem apenas um conjunto – o conjunto dos rebanhos.

Já a **ideia de Juntar:** temos as duas quantidades que se juntam para formar uma outra. **Ex.:** sem reunir os dois rebanhos, mas juntando B ao A, ou A ao B. Conservando um conjunto, uma quantidade e a partir do valor conservado, vai juntando o outro valor. Nessa etapa, apesar do sujeito já conservar uma certa quantidade, falta ainda o conceito de inclusão de classes.

É na ideia de acrescentar: temos apenas uma quantidade e uma segunda aparece para modificar a primeira. A segunda quantidade que já está conservada pelo aluno, é acrescentada, imediatamente, a outra quantidade. Ressalta-se que nesse momento o sujeito tem condições cognitivas de conservar as duas quantidades, acrescentando uma a outra.

O aluno tem construído a ideia de inclusão de classe, e consegue perceber também que houve uma transformação, e que as duas quantidades ao se somarem, houve um acréscimo que resultou num outro conjunto, o conjunto C. Ele também percebe a relação entre rebanho e carneiros, pois compreende a ideia de classe. **Ex.:** toma um rebanho (A ou B) como referente. Se ele tomar o rebanho A, ele acrescenta o outro rebanho, no caso o rebanho B, ou também vice-versa. No caso ele também compreende a propriedade comutativa.

É nesse processo que para adicionar o aprendiz pode ser estimulado a usar diversas possibilidades, proporcionando nesse sentido, uma aproximação e elaboração do campo conceitual da operação em questão, ou seja, nesse momento, ele mobiliza, o que Vergnaud denomina de **S, I, R, ou seja, o teorema em ação.**

De modo breve, podemos dizer que conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, ou invariantes operatórias, são os conhecimentos contidos nos esquemas e podem de forma progressiva se tornarem verdadeiros conceitos e teoremas científicos, uma vez que o conhecimento explícito pode ser comunicado a outros e discutido, o conhecimento implícito.

Podemos ainda dizer que o conceito de esquema é a organização da conduta para uma certa classe de situações; teoremas-em-ação e conceitos-em-ação os quais são invariantes operacionais, logo, são componentes essenciais dos esquemas e determinam as diferenças entre eles (VERGNAUD, 1998).

Esses elementos pertencem a teoria dos campos conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud e é considerada uma teoria psicológica cognitivista que

supõe como núcleo do desenvolvimento cognitivo a conceitualização do real – considerada a pedra angular da cognição.

Para Vergnaud (1998), o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio, de parte do aprendiz, ocorre ao longo de um largo período, a partir de experiência, maturidade e elaboração/construção de conceitos. Para o autor da TCC *um Campo conceitual é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição.*

O autor ainda diz que um Campo conceitual é definido também como sendo, em primeiro lugar, um conjunto de situações cujo domínio requer, por sua vez, o domínio de vários conceitos, procedimentos e representações de naturezas distintas, e que esses conceitos são definidos a partir de três conjuntos, a saber: (a) o primeiro é um conjunto de situações que constituem o referente do conceito; (b) o segundo é um conjunto de invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) que dão o significado do conceito; e, por fim, (c) o terceiro é um conjunto de representações simbólicas que compõem seu significante.

4.3 O algoritmo da subtração

A ideia de tirar (separar ou decompor) é aquela que as crianças identificam mais facilmente com a subtração. No entanto, a ideia de tirar não é a única associada à subtração. As ideias de completar e de comparar precisam ser trabalhadas, pois ao que parece, não é tão imediato para a criança perceber que a subtração resolve problemas desse tipo. Esses três tipos que devem ser trabalhados, correspondem a:

1º tipo – tirar: Quanto fica?

2º tipo – comparar: Quanto há a mais quê? Ou, quanto há a menos quê?

3º tipo – completar: Quanto é preciso para?

Vejamos os exemplos para os 3 tipos:

- a) Ato de retirar – “Quando Oswaldo abriu a papelaria pela manhã havia 56 cadernos na prateleira. Durante o dia vendeu 13. Ao fechar a loja, quantos cadernos havia na prateleira?” Ao resolver este problema pensamos assim: dos 56 cadernos tiramos 13. Para saber quantas ficaram fazemos uma subtração: $56 - 13 = 43$. Havia 43 cadernos na prateleira;
- b) Ato de comparar – “João pesa 36 quilos. Luís pesa 70 quilos. Quantos quilos Luís têm a mais que João?” Esta pergunta envolve uma comparação: ao constatar que Luís é mais pesado que João,

queremos saber quantos quilos a mais ele tem. Responderemos a pergunta efetuando uma subtração: $70 - 36 = 34$. Luís tem 34 quilos a mais que João;

- c) Ato de completar – “O álbum completo terá 60 figurinhas. Já possuo 43. Quantas faltam?” Para descobrir quantas figurinhas faltam para completar o álbum logo pensamos numa subtração: $60 - 43 = 17$. Faltam 17 figurinhas.

A adição e a subtração são operações irmãs e juntas formam o campo aditivo apresentado por Vergnaud (1998) na TCC. O campo conceitual das estruturas aditivas é, o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações.

Ele ainda envolve vários conceitos, como: o conceito de número, numeral, antecessor, sucessor; ações tais como: seriar, ordenar, reunir, juntar, somar, acrescentar, subtrair, separar, afastar, transformar, comparar, tirar. Além também de conceito de número enquanto medida, os fundamentos do Sistema de Numeração Decimal, a base do SND, e situações problemas envolvendo esses números etc.

São seis as relações de base, a partir das quais são originadas as situações que envolvem a adição e subtração. Para Vergnaud (1998), são elas: **Composição**: nessa classe é possível relacionar parte-todo; **Transformação**: nessa classe é possível relacionar estado inicial, uma transformação que leva a um estado final; **Comparação**: nessa classe é possível relacionar duas partes comparando-as, tendo sempre duas partes, as quais são denominadas referente e referido; além das **Composição de transformações**; **Transformação de uma relação**; e **Composição de duas relações**.

Com a compreensão de que as operações precisam ser bem trabalhadas, à luz do campo conceitual aditivo e multiplicativo, vejamos a seguir o campo multiplicativo.

4.4 O algoritmo da multiplicação

O que é multiplicar? *Multiplicar* é achar o todo, é adicionar *parcelas iguais*, é uma maneira de simplificar a adição. Na adição: Se você *multiplicar* o 5 pelo número de parcelas, que é 4, encontramos o mesmo resultado: $5 \times 4 = 20$. Mas é só isso?

É importante destacar os conceitos a serem construídos: a) Relação com a soma; e b) Relação com a divisão. Com base nas ideias de i) Soma de parcelas iguais; ii) Combinatória; e, iii) Proporcionalidade.

Reflitamos sobre cada ideia multiplicativa:

- d) **O que é soma de parcelas iguais?** É a ordenação das coisas em partes iguais é, na verdade, uma soma com parcelas idênticas. Ela é chamada de princípio multiplicativo, que só é válido no interior do princípio aditivo: se iguais resultam iguais, o resultado (produto) é igual ao número da soma das parcelas. **Situação-problema com ideia de Parcelas iguais:** Um carro tem 4 rodas. Qual o total de rodas se tivermos 5 carros?
- e) **O que é Análise Combinatória?** É um conjunto de procedimentos que possibilita a construção de grupos diferentes formados por um número finito de elementos de um conjunto sob certas circunstâncias. Nesses grupos é possível realizar a **análise** das possibilidades e combinações. A Análise Combinatória visa desenvolver métodos que permitam contar – de uma forma indireta – o número de elementos de um conjunto, estando esses elementos agrupados sob certas condições. **Situação-problema com ideia de Combinatória:** Numa lanchonete, o cliente pode montar seu sanduíche, escolhendo um pão e um recheio. Nessa lanchonete há 4 tipos de pães e 5 tipos de recheios. Quantos sanduíches diferentes o cliente pode montar?
- f) **O que é proporcionalidade?** São aquelas grandezas onde a variação de uma provoca a variação da outra numa mesma razão. Se uma dobra a outra dobra, se uma triplica a outra triplica, se uma é dividida em duas partes iguais a outra também é dividida à metade. A ideia de proporcionalidade pode ser trabalhada em qualquer tipo de grandeza, como, por exemplo, o tempo, a velocidade, o comprimento, o preço, a idade e a temperatura, e essas grandezas podem ser diretamente proporcionais e inversamente proporcionais. No caso das grandezas diretamente proporcionais, temos que a variação de uma grandeza provoca a variação de outra grandeza, por exemplo, a proporção que o número de caixas aumenta, é proporcional ao aumento da quantidade de lápis, ou seja, se numa caixa eu tenho 5 lápis de cores, em duas caixas terei 10 lápis de cores. **Proporcionalidade:** Uma caixa contém 5 lápis de cores. Quantos lápis haverá em 2 caixas? E em 3 caixas? E em 6 caixas?

Sobre o Campo multiplicativo, ainda podemos refletir sobre: a **ordem dos fatores altera o produto? Analise a situação a seguir para responder a pergunta acima.**

1) Suponha que um paciente começou a tomar um antibiótico hoje e que o medicamento deve ser ingerido três vezes ao dia, com um espaço de tempo igual entre um comprimido e outro, até o fim da cartela.

- a) o remédio deve ser consumido de quantas em quantas horas?
- b) sabendo que a cartela tem 10 comprimidos, o tratamento durará quantos dias?

4.5 O algoritmo da divisão

O que é dividir? *Divisão* é uma das quatro *operações fundamentais* da aritmética. Aprender divisão é mais que dividir. Não basta ensinar o algoritmo. É preciso analisar os termos da operação, inclusive o resto. Muitas vezes, ele faz parte da resposta.

A *divisão* é o ato de dividir em partes iguais para todos. Só é divisão se for dividido em partes iguais? O que eu faço com o *resto* na divisão?

No dia a dia as pessoas, *repartem, dividem, distribuem* coisas. Essas experiências constituem o ponto de partida para o trabalho com a divisão. Precisamos compreender, entretanto, que na vida cotidiana e, principalmente, para os estudantes, dividir não significa, necessariamente, **dividir em partes iguais**.

É importante que o sujeito perceba que é preciso escolher critérios para realizar a divisão. Para que ela atinja essa compreensão, é preciso realizar um trabalho cujo ponto de partida, como vimos, são as experiências com situações em que ela, espontaneamente, *reparte, divide, distribui*.

Alguns conceitos que devem ser construídos: a) relações com a subtração; b) divisão em partes iguais ou não; c) tipos de grandezas – (discretas e contínuas); d) Significado do **resto no resultado da operação**; e) relações com as demais operações; e, por fim, f) a reversibilidade.

Vale destacar as ideias que envolvem a operação de divisão, a saber: i) a divisão encerra as ideias importantes de **medir, repartir e distribuir** em partes iguais ou não; ii) a ideia de repartir responde à pergunta: “*quantos para cada*”?; iii) a ideia de medir responde a pergunta: “*quantos cabem em*”?; iv) a ideia de distribuir em partes iguais ou não?

Dividir conforme o que consta no dicionário Aurélio significa: “partir ou distinguir em diversas partes iguais; separar as diversas partes de”.

Sobre essas ideias podemos dizer que no dia a dia as pessoas e as crianças em particular, *dividem, repartem, distribuem* coisas. Essas experiências constituem o ponto de partida para o trabalho com a divisão. Precisamos compreender, entretanto que na vida cotidiana, e, principalmente para a criança o que significa dividir em partes iguais.

São ideias importantes da operação **divisão, a ideia de repartição desigual, por exemplo** – Tem uma barra de chocolate para dividir entre três pessoas. Como reparti-la? O aluno raciocinou: “Eu reparto, mas a parte maior é minha”.

A ideia de **medir**, nos remete ao fato de querermos saber quantos grupos serão formados, temos como exemplo: a) Uma florista tem 23 rosas para fazer arranjos. Como quer colocar 5 rosas em cada arranjo, quantos arranjos ela conseguirá formar? b) Quantos pacotes com 3 figurinhas podem ser feitos a partir de 24 figurinhas?

Sobre ainda a ideia de divisão de repartir, temos que as pessoas repartem, distribuem coisas, por exemplo, é possível repartir 2387 em 42 partes?

Temos também outros exemplos para pensar a divisão:

- a) Vinte crianças estão no pátio. A professora coloca-as em seis grupos. Quantas ficam em cada grupo? Quantas sobram?
- b) Tenho 24 balas para distribuir entre 3 crianças. Quanto cada uma ganhará?

Em cada oportunidade devemos discutir com os alunos o critério que eles usaram para dividir: a divisão foi em partes iguais ou não? Não se trata, neste momento, de classificar essas divisões como certas ou erradas, mas compreender os critérios usados para a ação. *A finalidade das discussões realizadas durante a aula tem por finalidade fazê-los compreender que uma divisão sempre envolve a escolha de critérios para dividir.*

Podemos ainda destacar o seguinte exemplo: Repartir 10 bolas de futebol entre 4 pessoas”. Não foi exigido que a divisão fosse feita em partes iguais (se trata de uma **repartição** sem critérios preestabelecidos – distribuição). Sobre esse outro **exemplo**: Repartir 9 bolas entre 3 pessoas de modo que elas recebam o mesmo número de bolas e este número seja o maior possível (se trata de uma repartição com critérios preestabelecidos – dando a ideia de medir). Ainda perguntamos, para fixar essas ideias de divisão: ***Por que posso dividir 9 por 3 sem resto? Por que dividir 10 por 4 tem resto?***

São essas situações que podem modificar o pensamento matemático dos sujeitos possibilitando que eles compreendam, de fato, o que é operar. Vejamos:

- a) a diferença na operação da divisão, ao repartir uma determinada grandeza (discreta ou contínua), está nos critérios estabelecidos na situação-problema, entre a ideia de *medir ou distribuir*;
- b) uma questão que está relacionada com o resto de uma divisão e, que geralmente não é percebida, pela falta de discussão aprofundada e pela necessidade de capacidade interpretativa, é a seguinte: *resposta da divisão é influenciada pelo resto e depende do contexto da situação-problema.*

Nesse processo é importante compreender a relação do resto dentro da situação-problema. Analise a relação do resto na situação-problema a seguir:

– Uma classe tem 27 alunos para fazer uma excursão. A escola não dispõe de ônibus. Cada professor pode levar 4 alunos em seu carro. Quantos professores deverão ser convocados para a excursão? **Qual a importância do resto na situação-problema acima?**

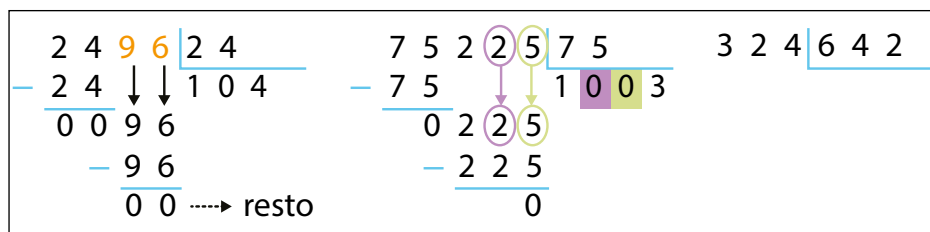
Vale dizer que as estruturas multiplicativas apresentam as operações de multiplicação e divisão e o processo de reversibilidade. Assim, o Campo Conceitual Multiplicativo pode ser definido como um conjunto de situações, cujo domínio requer uma operação de divisão ou de multiplicação, ou ainda, a combinação entre elas.

Nesse contexto o professor deve observar se o estudante construiu, enfim, o conceito de número. Assim, como no Campo Aditivo, o Campo Multiplicativo para a TCC, se apresenta como um conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações e representá-las.

Sobre o zero na divisão, como devemos proceder? Por exemplo:

1: 0 =? (divisão indefinida) Mas não é isso que nos importa aqui. Aqui nos importa entender o seguinte:

Figura 6 – Divisão



Fonte: Elaboração própria.

Ao final, de todo o trabalho com as operações, o professor deve promover a validação dos conceitos construídos ou em processo de elaboração, bem como, a matematização do conteúdo; a construção do “**modelo científico**”; a avaliação do processo de construção – condições; de construção do conhecimento lógico-matemático, considerando três eixos: *Ferramentas*: noções matemáticas, teoremas; *Raciocínio*: habilidade de transformar o conhecimento utilizando o instrumental matemático; *Transposição*: utilizar o conhecimento adquirido para resolver uma situação-problema diferente da anterior já vivenciada.

Assim, sugerimos que leiam textos complementares para entender melhor toda a construção conceitual das operações fundamentais por meio

de problemas que tratam de temas do dia a dia, e que exercitem mais para entender os processos de reversibilidade das operações.

Recomendamos para desenvolver essas situações-problema os seguintes **recursos pedagógicos**: a) Quadro Valor de Lugar – QVL; b) Ábaco; c) Escala Cuisenàire.

Vale ressaltar que é importante a recontextualização desses recursos pelos professores, os quais precisam de domínio do saber matemático em movimento.

AS FRAÇÕES

Estudos sobre os problemas que envolvem o ensino e a aprendizagem de frações têm sido realizados em vários contextos, porém é fato que este conteúdo ainda atinge professor e aluno, seja da Educação Básica ou do Ensino Superior (Pedagogia). Por conseguinte, é preciso alertar os educadores para considerarem fatores preponderantes para a assimilação desse conteúdo.

Dentre estes, o carro-chefe é o estágio psicológico da criança, no que se refere ao desenvolvimento psicocognitivo, ou seja, verificar se a criança constrói conceitos por meio de organizações lógicas e esquemas próprios, ou seja, se ela é conservativa, considerando o que diz Piaget em sua teoria da aprendizagem, e ainda atentando para o fato de que, para a criança, a elaboração do conceito de frações é mais complexa que a construção do número natural, e exige da criança certa maturidade e acúmulo de conhecimentos matemáticos prévios.

Para D'Augustine (1976), "A ideia de números fracionários é um conceito sofisticado, que requer da criança mais maturidade e maior base Matemática do que o conceito de número natural" (1976, p. 144). E ainda para o autor, enquanto um número natural é a propriedade de um determinado conjunto, um número fracionário pode ser associado à partilha de um determinado conjunto; à razão das propriedades numéricas de dois conjuntos; a um número associado à partilha de um conjunto contínuo e a um número que representa o quociente de dois números naturais (sendo o divisor diferente de zero).

Por considerarmos também o conceito de fração complexo em sua formulação é que achamos necessários, na formação inicial, conhecimentos sobre a psicogênese da criança. Em sua ação didática, o futuro-professor, necessita de conhecimentos que envolvam as operações concretas (um dos estádios descritos por Piaget) fase fundamental na aquisição do entendimento das frações.

Não pretendemos aqui aprofundar e detalhar a teoria psicogenética de Piaget, mas apenas explanar os pontos que nos foram úteis para justificar por que nos apoiamos nesse teórico na intenção de explicar o processo de ensino e de aprendizagem de frações. Apesar de Piaget, em sua teoria psicogenética, não ter tido o intuito de propor uma teoria da aprendizagem, pois nunca, pelo que se sabe, protagonizou uma pesquisa com finalidades pedagógicas, embora tenha esses vieses, o modelo piagetiano é hoje uma das mais relevantes diretrizes na área educacional (COLL, 1992).

No desenvolvimento humano, as crianças em cada fase apresentam, em seu relacionamento com o meio, organizações e pensamentos, classificados por Piaget como estádios. Segundo Piaget (1976) o desenvolvimento é um *continuum* coerente, pois cada estágio evolui a partir do que o antecedeu e

contribui para o que o sucederá, pois embora algumas crianças amadureçam antes de outras, o processo não se altera.

Essa evolução humana é caracterizada por aquilo que os indivíduos vão realizando em escalas mais complexas, durante as mudanças de fases, ou estádios, quando o indivíduo vai cada vez mais evoluindo.

Essa evolução ocorre em parte das ações advindas dos três tipos de conhecimentos, o físico, social e o lógico-matemático. O conhecimento físico e o lógico-matemático são para Piaget os dois tipos de conhecimentos mais importantes.

O conhecimento físico dá-se do contato, da interação da criança com o meio, da ação da criança sobre o objeto, da experiência física e empírica, fator que possibilita o desenvolvimento cognitivo. Melhor explicando, segundo Kamii e Declark,

O conhecimento físico é o conhecimento dos objetos na realidade externa. A cor e o peso de uma ficha são exemplos de propriedades físicas que fazem parte dos objetos e podem ser notadas pela observação. Saber que uma ficha cairá quando a jogamos no ar é um exemplo de conhecimento físico (1996, p. 28-29).

O conhecimento lógico-matemático é a relação que a criança estabelece dentre os objetos que manipula, envolvendo relações também com os objetos que estão na mente dela e consiste das relações feitas por elas. Deste modo, essa construção acontece na eliminação de técnicas incorretas e regras arbitrárias para produzir um conhecimento adequado, proporcionando às crianças pensar por si mesmas, ensinando, pois, confiança em seu raciocínio. Por outro lado, o conhecimento lógico-matemático, constitui-se de relações realizadas por cada sujeito.

Kamii e Declark (1996) exemplificam que quando nos mostram uma ficha vermelha e uma azul e notamos que elas são diferentes, essa diferença é um exemplo do fundamento do conhecimento lógico matemático. Na verdade, podemos observar as fichas, mas a diferença entre elas não.

No conhecimento lógico-matemático, a relação é criada pelo sujeito, mentalmente, ele fazendo uma relação entre dois objetos, a qual pode ser de semelhanças ou diferenças, dependendo do ponto de vista do sujeito, mas Piaget deixa claro que a fonte de elaboração deste conhecimento é interna.

Piaget, no que diz respeito à consecução do conhecimento físico e social, relata que é em parte externa ao sujeito. De acordo com Piaget, está Rangel:

A experiência física é entendida como toda experiência que resulta das ações exercidas sobre os objetos, com vistas à descoberta das propriedades

observáveis destes objetos ou das ações realizadas materialmente, pois a lógica da criança não é resultante apenas dele (1992, p. 31).

A transmissão social, para a construção do conhecimento social, é um fator educativo, muito fundamental, mas não é em si um fator suficiente para a formação do conhecimento como um todo e este conhecimento passado por outras crianças, por pais, professores, ou mesmo por livros, no âmbito escolar.

Uma das principais características do conhecimento social é a arbitrariedade, e, assim, para que a criança adquira o conhecimento social, é importante que haja uma imposição por parte do outro.

Segundo Kamii e Declark (1996), citando Piaget (1947), “a interação social é indispensável para que a criança desenvolva uma lógica. As crianças muito pequenas são egocêntricas e não se sentem obrigadas a serem coerentes quando conversam” (p. 51).

A transmissão social de conhecimentos vem de muitos lados, e a crianças correm o risco de um conflito, por informações contraditórias, pois elas podem vir de casa ou da rua e podem perturbar o equilíbrio da criança. E é desta forma que, segundo Kamii e Declark (1996), “A criança vai construir estruturas mentais e adquirir modos de funcionamento dessas estruturas em função de sua tentativa incessante de entender o mundo ao seu redor, compreender seus eventos e sistematizar suas ideias num todo coerente (p. 52).

O processo de equilíbrio⁶ é um dos mais importantes no desenvolvimento cognitivo, pois é fator determinante para o indivíduo neste contínuo de adaptação ao meio em que vive, porque também ajuda a regular os outros fatores e faz surgirem estados progressivos de equilíbrio necessários ao organismo, pois funciona de maneira a alcançar e depois manter uma condição de equilíbrio interno que possibilita a nossa sobrevivência no meio em que vivemos.

Para Rangel, “O processo de equilíbrio viabiliza o ajustamento interno e a modificação das estruturas de conhecimento, adaptando-se aos objetos na busca da sua assimilação” (1992, p. 35).

No caso de desequilíbrios, usa-se o processo autorregulador de equilíbrio, o qual é a essência do funcionamento da adaptação⁷ e está presente em todos os níveis do desenvolvimento, mesmo que os estados de equilíbrios, em cada nível, sejam quantitativamente diferentes de um estágio para outro numa evolução.

Em nossa pesquisa, tomamos como referencial o estágio das operações concretas, que vai dos sete aos 11-12 anos, pois é nesta fase que a criança é

6 Organização mental do indivíduo das estruturas cognitivas (RAPPAPORT *et al.*, 1981, p. 61)

7 No sentido piagetiano, adaptação é a ação de um sujeito ativo, capaz de transformar a realidade e construir seus conhecimentos, com sua própria inteligência (RANGEL, 1992).

capaz de efetuar as quatro operações matemáticas, de construir conceito de frações, mas seu raciocínio é ainda limitado por suas experiências concretas, pois ainda não é capaz nesse momento de fazer abstrações puras.

É preciso considerar essas limitações no planejamento curricular, mas já nesse período o pensamento da criança liberta-se do físico para atingir em pouco tempo a reversibilidade, extremamente relevante para as operações lógico matemáticas.

A criança também passa a ter a capacidade de conservação, pois compreende que certas características de um objeto são constantes, mesmo que sua aparência seja alvo de alterações, ou seja, que a matéria se conserve independente das alterações de sua forma.

Adquire os conceitos de conservação gradualmente, iniciando com a conservação de substâncias, depois volume, e mais tarde com o peso. Para reforçar e acelerar um pouco a elaboração desses conceitos de conservação é preciso que haja estímulos externos, que se façam experimentos.

Antes de a criança atingir o estágio das operações concretas, ela não dispõe de estruturas mentais lógicas, capaz de conservação e reversibilidade, portanto não consegue aprender certos conteúdos matemáticos, cabendo assim ao futuro-professor, responsável por essa fase da educação, trabalhar de acordo com as estruturas mentais da criança, pois, se insistir em acelerar, cometerá sério engano.

Na idade das operações concretas, a criança raciocina logicamente, organiza pensamentos em estruturas coerentes e seleciona-os de forma hierárquica ou sequencial. O conceito de conservação é construído pela criança internamente, a maturidade é atributo importante nessa construção, mas é de grande relevância a participação de fatores externos estimulantes ao seu redor.

No favorecimento da elaboração do conceito de conservação, Piaget, por meio de classes de objetos, realizou vários experimentos para detectar as dificuldades que as crianças sentiam, ao fazer classificação⁸.

A criança elabora as relações entre os objetos que vê ao seu redor, mas ainda não consegue pensar em todos os tipos possíveis de relações, que sejam reais ou hipotéticos. Para ampliar e/ou modificar as estruturas cognitivas da criança, Piaget propõe que se provoquem discordâncias ou conflitos cognitivos que representem desequilíbrios a partir dos quais, mediante atividades, ela consiga se reequilibrar, superando os conflitos e reconstruindo o conhecimento.

É preciso considerar um conjunto de princípios de conservação, que são aquisições do estágio das operações concretas, condições básicas para a

8 Ação de selecionar objetos, pessoas ou ideias em categorias, mediante as suas características, notadas por meio de semelhanças ou diferenças.

organização de um sistema de noções que contribui para, conseqüentemente, se chegar ao conceito de fração.

No estágio das operações concretas, a criança é capaz de interiorizar ações, realizar operações mentalmente, adquirir a capacidade de reversibilidade que será feita durante este estágio e continua no estágio das operações formais.

As pesquisas (LIMA, 1992) que já foram realizadas sobre a gênese do conceito de fração confirmam que as formas de organização cognitivas necessárias para o desenvolvimento desse conceito são encontradas no estágio das operações concretas, pois neste período, as crianças são conservativas em área.

Então, o estudo de fração poderá ser feito tomando como base a área das figuras geométricas simples e conhecidas das crianças e facilmente ela percebe que a divisão em partes iguais de algo tomado como unidade não altera a totalidade.

A conservação de quantidade é um elemento básico para a compreensão do conceito de fração, mas, para as crianças não conservativas, é muito difícil pensar ao mesmo tempo na mudança do número de partes e na variação de tamanho destas partes para assegurar a inalterabilidade do todo; portanto não, estão prontas para compreender o conceito de frações.

É preciso que a formação inicial explique e justifique, em suas ações didáticas, que todo trabalho com frações deve ser realizado pela criança. Se lhe for pedido que divida um triângulo em partes iguais, ela fará a divisão, fará as superposições para comprovar a igualdade das partes, e também ela mesma deve demonstrar a equivalência de áreas, dentre outros atributos.

E ainda, antes de iniciar o ensino de fração, pela grandeza discreta, ou seja, tomando como grandeza coleções, deverá ser feita uma análise preliminar, para verificar se a criança conserva esse nível de conhecimento, pois sabemos que, pelo fato de elas estarem em contato com conjuntos, coleções, por dominarem a contagem, a correspondência, em geral elas atingem primeiro a conservação da grandeza discreta, para mais tarde conservar a grandeza contínua.

Para Schliemann (1992), a idade não é critério para se definir o nível cognitivo da criança, mas a professora precisa perceber se a criança é conservativa, para iniciar todo o processo de formulação do conceito de frações.

E Lima diz "... que as habilidades envolvidas no estudo de fração, envolvendo quantidade discreta, estavam um estágio na frente das habilidades envolvidas no conceito de fração com quantidade contínua (área)" (1992, p. 94). Lima (1992) continua "... a sequência destes desempenhos tem-se mantido constante, mesmo quando variam as culturas e os níveis sócio-econômico aos quais têm sido aplicadas as várias tarefas".

Portanto, com base nas pesquisas de Lima (1992), verificamos que, para a criança iniciar o estudo das frações pela grandeza discreta, é mais acessível pelo fato de trabalharem em seu dia a dia com coleções diversas.

No caso da grandeza contínua, a criança tem muitas dificuldades próprias (maturação) do conceito de fração, que se adicionam às referentes ao conteúdo no qual está sendo trabalhado o conceito. O problema é que, geralmente, não se considera o desenvolvimento mental da criança para escolher de forma adequada estratégias para o ensino de fração e trabalha-se as frações por meio de técnicas e fórmulas, levando a segundo plano os aspectos psicológicos da criança.

Compreendemos de acordo com Lima (1994), que o critério psicológico é o mais apropriado para ser considerado ao iniciar o ensino de frações, por se apoiar nas estruturas cognitivas da criança ao longo do seu desenvolvimento das organizações psicocognitivas.

Na formação inicial, passamos aos futuros-professores a noção de que é preciso considerar todos esses fatores psicológicos, e se a criança não é conservativa, eles devem aguardar que ela atinja a conservação de área e, então, iniciar o estudo de fração a partir de área de figuras geométricas; ou iniciar esse estudo a partir de coleção, haja vista que a criança atinge a conservação de quantidade discreta mais cedo do que a conservação de quantidade contínua, como já expressamos em passagem anterior.

Apesar de muitos estudos com essa mesma temática terem sido realizados, ainda é fato que o conteúdo de fração é uma problemática que envolve professor e aluno. Com efeito, queremos alertar os educadores para que não desprezem o fator preponderante, que é o estágio psicológico da criança no que concerne ao desenvolvimento cognitivo, ou seja, permitindo que a criança elabore, por meio de organizações lógicas, os próprios conceitos e não se torne mais um “fracassado”.

Entendemos que, para a melhoria do ensino e da aprendizagem de frações, é preciso que o professor-formador contemple em sua ação didática os conceitos matemáticos que envolvem as operações concretas, um estágio fundamental na aquisição do entendimento do conceito de frações, passando para os alunos futuros-professores a noção de que a criança precisa estar num nível de desenvolvimento capaz de entender que, para existir frações, segundo Piaget, citado por Lima (1992) é preciso que ela consiga perceber sete condições importantes e essenciais na proposição desse conceito:

- a) a existência de uma totalidade divisível;
- b) existência de um número determinado de partes;
- c) esgotamento do todo;

- d) relação entre número de partes e o número de cortes;
- e) igualização das partes;
- f) conceitualização de cada fração como parte de um todo em si, susceptível de novas divisões, e ainda;
- g) atendimento ao princípio da invariância – a soma das frações constituídas é igual ao todo inicial.

Considerando e analisando essas proposições, podemos desta forma expressar o fato de que a construção do conceito de fração é o resultado, segundo Lima (1992), destas condições, e que, portanto, precisam ser bem compreendidas durante a formação inicial para que o futuro-professor possa ir para o ambiente da sala de aula exercer com dignidade sua profissão, respeitando acima de tudo as crianças.

Desta forma, entendemos que, na formação inicial, é preciso que o futuro-professor seja preparado para, além de domínio do conteúdo e metodologias, ele também considerar em sua ação didática o fator psicológico do sujeito a ensinar.

5.1 Unidade didática

A Matemática é uma área de conhecimento que sempre foi uma necessidade intrínseca do homem. Ao rememorar a história da Antiguidade, presenciemos sempre o homem fazendo Matemática no intuito de estabelecer melhorias de vida para ampliar seus bens de consumo.

Fazemos Matemática quotidianamente, por exemplo, ao ir ao supermercado, fazer as contas do orçamento mensal, dentre outros. Os números governam nosso horário e determinam nossa idade, nosso salário. Portanto, é preciso perceber em cada ação a importância de compreendê-la, pois, da forma como é ensinada nas escolas de forma automatizada, perceptiva e formalista, pois quem “ensina” não faz quem deve “aprender” perceber a relação dos conteúdos com a realidade e, se não faz sentido para os alunos, eles, consequentemente, não se sentem motivados a aprendê-la.

Reportando-nos ao passado, com visão também no presente, podemos verificar que a Matemática sempre foi a “vilã” do fracasso escolar, ensinada sempre descontextualizada e fora da realidade. Essa disciplina tão necessária e presente nas ações diárias é interpretada por muitos como algo que se pode evitar, e muitos tentam evitá-la por toda a vida, por sentirem-se incapazes de aprendê-la.

Neste sentido, Machado diz que “[...] há um aparente interesse em que se divulgue aos quatro ventos que as características intrínsecas da matéria

tornam-na um assunto para indivíduos “eleitos”, com especial talento ou tendências inatas (1994, p. 95).

Apesar de este mito permear o ensino e a aprendizagem de Matemática, queremos aqui afirmar é que todos podem aprender esta Ciência, apesar de que nem todos precisam dominá-la e produzi-la em sua plenitude, assim como nem todos são produtores de música, pois temos sempre nossos dons individuais e as preferências pessoais, mas que nossas escolhas não nos rotule, como, por exemplo, de “incapazes”, e que possamos compreender que em nosso dia a dia precisamos fazer Matemática a todo o momento.

As antigas civilizações necessitaram da expressão numérica de medição, pois as terras que margeavam os rios, relevantes para a sobrevivência daquele povo, eram propriedades do Estado que, para ajudar as famílias, arrendava áreas e cobrava desta forma impostos proporcionais. Quando os rios enchiam, no entanto, as famílias perdiam parte de suas áreas de terra, e continuavam a pagar pela área inicial.

Assim, foi sentida a necessidade de criar uma medida que superasse a impossibilidade do número inteiro e desta maneira o homem cria outro instrumento numérico, institui os números fracionários, e, desta forma, ele consegue medir uma grandeza, tomando a unidade e as frações desta unidade.

Historicamente, podemos acentuar que isso aconteceu por volta de 3000 a.C. com as civilizações Egípcia e Mesopotâmica. Foram essas civilizações que desenvolveram uma notação especial para alguns tipos de frações com a necessidade de se medir grandezas, que eram maiores ou menores do que o todo, pois como já expressei, os números inteiros já não eram suficientes para responder à pergunta “Quanto mede?” e, desta forma, segundo Centurión (2002, p. 211), “o homem vem se deparando com situações deste tipo há milhares de anos. Por isso teve necessidade de criar um novo tipo de número: os números fracionários, que indicam parte de um todo”.

Considerando o contexto histórico em que surgem as frações, percebemos que muitos problemas encontrados no ensino e na aprendizagem deste segmento se dão pelo fator histórico, pois geralmente a fração é ensinada inicialmente pela grandeza contínua (área, comprimento) e, como já vimos, se a criança não for conservativa, ela não compreende esse conceito. Uma ideia é iniciar pela grandeza discreta, pois a maioria das crianças começa a formação de coleções diversas. Considerando o modelo piagetiano, para iniciar as frações, é exigível que o responsável por esse ensino conheça e domine quatro dimensões desse processo: conteúdo, aspecto psicológico, metodologia e aspecto cognitivo.

5.2 A equivalência de frações – comparação e tipos de frações

Consideramos a compreensão das frações equivalentes um grande passo para se chegar à compreensão do conceito de frações e os aspectos que envolvem a comparação e os tipos de frações.

Segundo Lima, “O estudo de equivalência entre frações, fundamental para o domínio de frações, deve ser cuidadosamente trabalhado pela criança para assegurar que haja compreensão de cada equivalência estabelecida” (1992, p. 91).

Lima ainda ressalta que, para se assegurar essa compreensão, é preciso que todo o trabalho de classe de equivalência entre frações (subcoleções) seja executado pela criança. Deve-se propor-lhe atividades que partam de sua experiência sob um aspecto concreto.

Concordamos com Nunes (1997), quando enfatiza que a Matemática do dia a dia é um mecanismo que precisa ser explorado como ponto inicial voltado para a compreensão do conceito de frações, e o professor, em nosso caso, os alunos futuros professores, precisam conhecer e fazer uso dessas diversas matemáticas no intuito de proporcionar uma ampliação do desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e, assim, elaborar novos esquemas.

É preciso compreender que as frações equivalentes são aquelas que representam a mesma parte de um todo, ou seja, inicialmente, a criança tem que perceber que a metade de uma determinada grandeza equivale (é igual a) a dois quartos desta mesma grandeza.

No caso da simplificação das frações, é preciso, sempre que for possível, dividir o numerador e o denominador de uma fração por um número natural maior do que 1 e, desta forma, obter uma fração equivalente, na forma simplificada, com numerador e denominador menores.

Seguindo o processo de ensino das frações, temos a comparação de frações para que se identifique quando uma é menor ou maior do que a outra. É comum a confusão, pois geralmente se erra por não perceber de imediato qual é a fração maior ou a fração menor. Nesse sentido, é preciso que o futuro-professor entenda que, numa relação de comparação de frações, é preciso observar alguns aspectos importantes, que são: a) as frações de mesmo denominador – maior a que tiver maior numerador; b) as frações com denominadores diferentes – maior é a que tiver menor denominador; e, c) as frações com numeradores e denominadores diferentes – neste caso, devemos ter mais atenção e fazer por meio da equivalência entre as frações.

Devemos, então, encontrar frações equivalentes às frações dadas. As frações dos tipos impróprias, próprias, mistas ou aparentes são esquecidas com o passar do tempo, seja a forma matemática, sejam as suas denominações.

Para Bittar e Freitas (2005, p. 170), “A necessidade de se conhecer um algoritmo para a comparação de duas frações deve ser sentida pelos alunos, conforme o nível dos questionamentos que vão sendo propostos pelo professor”.

Desta forma, o professor que vai ensinar este conteúdo deve estar preparado (dominar o conteúdo e as técnicas) e essa preparação também deve contemplar o manejo de material concreto para promover de forma gradual o desenvolvimento das propriedades mentais, de forma que ele em seguida possa trabalhar abstratamente.

5.3 As operações com frações – situações problemas

Para trabalhar as operações com frações, entendemos que é preciso, antes de tudo, compreender alguns conceitos, como a relação parte – todo, dentro de representações de conceitos das grandezas contínuas e discretas; as frações como quociente numa divisão e assim chegar à fração como operador.

No trato com os números naturais, sabemos que as operações têm vários significados que precisam ser bem trabalhados. E as operações com frações também exigem esse trabalho elaborado. Desse modo, as operações devem ser trabalhadas por meio de situações de reunião, acréscimos, comparação, razão, dentre outros significados.

É fato que nas escolas se exige sempre das crianças que elas resolvam operações matemáticas utilizando fórmulas que apresentam uma resposta, mas que, para a criança, não tem nenhum sentido. Desta forma, as operações se tornam atividades automatizadas, com repetição e aquém do entendimento. É possível até assegurar que pode estar aí a origem da dificuldade que muitos sentem em Matemática, a qual constatamos normalmente presentes nas salas de aula, tanto da Educação Básica como na Superior.

Nas operações com frações, o fator psicológico, o metodológico e o cognitivo devem ser essenciais para o início do trabalho com este conteúdo, além de também ressaltar a forma e a linguagem como as operações com frações são apresentadas, podendo facilitar ou complicar sua resolução.

Este fato comprovamos em alguns momentos da aula teórica de frações, quando fazíamos algumas perguntas e os alunos-professores não compreendiam exatamente o que estava sendo pedido, como, por exemplo, no caso em que tomamos um todo dentro de uma determinada situação-problema, precisamos deixar bem definido que todo foi esse tomado inicialmente.

A representação (de forma oral ou escrita) dos dados de um determinado problema deve trazer para o estudante a compreensão, pois, só depois de compreender bem o problema é que ele deve ser levado à representação na forma simbólica, mas inicialmente representar as operações concretamente

é importante, pois a compreensão da estrutura lógica do problema depende essencialmente do estágio de desenvolvimento mental em que se encontra o sujeito que está em ação.

Ao abordar as operações com frações, faz-se necessário considerar se a criança tem os esquemas mentais solicitados para resolver o problema que lhe foi proposto. Advertimos aos educadores em geral para noção de que, para se obter sucesso na construção do algoritmo das operações com frações, é preciso considerar se o sujeito em ação tem as estruturas lógico-matemáticas necessárias para a resolução da situação-problema. Assim, mais importante que a resposta final do problema são a compreensão e o processo pelo qual o sujeito em ação se apossou para chegar à solução.

5.4 Apresentamos uma atividade com as frações

Apresentamos SF como uma nova visão no ato de *ensinar e aprender*, como um suporte teórico-metodológico com o objetivo de melhorar os processos de ensino e de aprendizagem, especificamente, dos conteúdos matemáticos. A SF concebe o educador como o sujeito que pensa, reflete, pesquisa, que influencia e instiga os educandos, no sentido de buscar respostas e questionamentos para as situações matemáticas, pois visa tornar esses sujeitos ativistas de sua aprendizagem.

Destacamos um estudo do conceito de número fracionário para subsidiar a formação inicial do professor de matemática dos anos iniciais do Ensino fundamental que foi realizado com os alunos do sétimo semestre do Curso de Pedagogia da Universidade Federal do Ceará (UFC), matriculados regularmente na Disciplina de Ensino de Matemática, no semestre 2005.2, participando assim, além do professor da disciplina, algumas formadoras⁹.

O estudo foi composto de aulas expositivas e oficinas pedagógicas fundamentadas nas metodologias Sequência Fedathi aliada a Engenharia Didática.

5.4.1 Estudo piloto

Antes da realização desse estudo aqui descrito, foram realizados anteriormente três projetos pilotos¹⁰ nos semestres 2004.1, 2004.2 e 2005.1, com os alunos do Curso de pedagogia na disciplina de Ensino de Matemática.

Os resultados mostraram que os alunos, futuros professores de matemática, não tinham o domínio conceitual definido de fração. Eles possuíam certo nível cognitivo sobre a temática, contudo, esses eram decorrentes do convívio

9 Maria José Costa dos Santos, Ivone de Pinheiro de Lima e Elizabeth Matos Rocha.

10 Atividades testadas em turmas de 2004 e 2005 na mesma disciplina.

social e da formação escolar que tiveram. Tais conhecimentos estavam aquém do que esperávamos. Além do mais, apresentavam dificuldades também em Aritmética e Geometria.

Com este diagnóstico, foi possível elaborar e desenvolver “*sessões didáticas*” utilizando como suporte metodológico a Sequência Fedathi, no intuito de trabalhar de amenizar essa realidade para o estudo de frações.

5.4.2 Dinâmica da sessão didática de frações¹¹

O estudo teórico de frações foi apresentado de forma expositiva, buscando trabalhar as etapas da Sequência Fedathi. O estudo iniciou com a **tomada de posição** ao indagar aos alunos os seguintes questionamentos: O que é uma grandeza? O que é uma grandeza discreta? O que é uma grandeza contínua? O que é número fracionário? De onde veio, nesse sentido, a ideia central era desencadear ações dos alunos, a fim de provocar os *desequilíbrios/equilíbrios* cognitivos necessários para a sua aprendizagem?

Figura 7 – Estiradores de corda



Fonte: Google images.

Foi dado um tempo aos alunos para que pudessem refletir sobre os questionamentos, o que sinalizou a fase de **Maturação**, que representa o momento de refletir, pensar, questionar, levantar hipóteses, se relacionar com a situação problema em busca de possíveis resoluções. Os alunos ficaram à vontade para dialogarem entre si antes de expor os seus conhecimentos. As respostas que eles nos deram foram muito curiosas e preocupantes, pois os mesmos falaram que fração *era uma parte quebrada*, ou *um número fracionário*, mas objetivamente eles não sabiam as características logarítmicas do conceito de frações,

11 Durante a Sessão Didática compreender a legenda a seguir F – formadora; A – aluno; P – professor.

contudo quando fomos solicitadas demos alguns *contra-exemplos*, como explicar que inicialmente uma fração é pode ser representada pela divisão exata e igual das partes de um bolo, uma pizza, tentamos assim, subsidiar e esclarecer as *hipóteses* para dar suporte aos alunos futuros-professores na construção desses conceitos com base nas *Tomada de Posição*, fase inicial, porém nos abstemos de dar os conceitos, mas incitamos os mesmos a construí-los.

Vejamos a seguir alguns dos *contra-exemplos* dados na construção dos conceitos:

A – Quando você fala do bolo, mas se eu colocar bolo, bolo, bolo, eu vou trabalhar com o que: discreta ou contínua?

F – Você já não vai mais pegar as partes do bolo, você vai contar quanto bolos você tem. Você não está contando partes contínuas.

A – A fatia do bolo é contínua. Se eu pegar o bolo é discreta.

[...]

F – Será que a criança vai pensar assim?

P – [...] O que é importante é que a regra tem que ser bem definida. Então a diferença da fração para o número inteiro é que a fração não é todo objeto que você pode fazer experimento. Se você pegar o lápis e cortar ainda será lápis, mas se você cortar uma caneta, uma das partes perde a função de caneta.

Com essa compreensão, nos episódios a seguir podemos observar por meio dos diálogos estabelecidos entre formadoras e os alunos futuros – professores, sujeitos da pesquisa a construção de conceitos. Com isso, seguimos com as fases da Sequência Fedathi e entramos na terceira fase que é a apresentação da *Solução*, pelos sujeitos.

Com foco na construção do conceito de números fracionários pelos alunos futuros-professores, as formadoras se valem de *contra-exemplos* e da valorização do *erro* quando os alunos começam a apresentar suas respostas, representando o momento da *solução* fase da Sequência Fedathi, acerca da questão que lhes foi proposta anteriormente.

Entre eles e as formadoras surge um diálogo em busca de efetivar suas respostas e ao mesmo tempo usar os *contra-exemplos* para subsidiar as *hipóteses* levantadas pelos sujeitos no momento da *Maturação*. Para melhor ilustrar essa fase, observe que o trecho a seguir apresenta a discussão realizada em sala de aula com o intuito de resolução e construção do conceito de número fracionário.

[...]

F – Agora vamos falar sobre o conceito de número fracionário. Depois das discussões o que vocês têm a dizer sobre o que seja fração? E grandezas discretas e contínuas?

F – momento de silêncio...

A – Um trabalho com algo que eu possa contar.

A – Medir.

F – Sempre quando falar em fração se reportar a um todo, que aquela fração pertence a um todo inicial, sendo que cada uma dessas partes representa as unidades fracionárias.

A – Quando você se fala do bolo, mas se eu colocar bolo, bolo, bolo, eu vou trabalhar com o que: discreta ou contínua?

F – Você já não vai mais pegar as partes do bolo, você vai contar quanto bolos você tem. Você não está contando partes...

A – A fatia do bolo é contínua. Se eu pegar o bolo é discreta.

A – Eu acho que quando for trabalhar com crianças as grandezas discretas não usar balas, porque a ideia da criança que a bala pode ser dividida.

P – O problema da fração é que quando você começa a trabalhar com a grandeza discreta você está uma determinada grandeza que qualquer experiência que você vai fazer com ele vai dar certo. É só contar, juntar, acrescentar, tirar. Quando você trabalhar com fração, já é um pouco diferente do número inteiro, porque não é todo experimento que vai dar certo, no caso das balas é preciso fazer a mediação pedagógica com o estudante, acrescentando as regras que você quer que ele faça a atividade, no caso das balas você não quer que ele divida a bala, o que você vai ter que dizer, você não pode dizer: não pode não dividir a bala, porque na hora que você que você fazer com o bolo ele vai dizer: não pode também dividir o bolo. Então você não faz nada. Então você tem que fazer com ele é mediação de forma que não atrapalhe o experimento. No caso da bala você diz que só quer a bala enrolada no papel. Você está colocando uma regra a mais de modo que seu experimento vai funcionar. No caso do bolo se ele disser que não quer cortar o bolo, você terá que fazer uma mediação com ele de modo que o aluno aceite cortar o bolo. Porque cortar bolo é cultural. De modo geral, quando corta-se um bolo redondo faz-se um buraco no meio para depois dividi-lo, você tem que fazer todo esse aculturação de modo que quando você for fazer a divisão faça com as regras bem definidas. [...]

F – Será que a criança vai pensar assim?

A – Sim.

A – O que complicou pra gente que já conserva, que tem reversibilidade é trabalhar com alimento.

P – O que é importante é que a regra tem que ser bem definida. Então a diferença da fração para o número inteiro é que a fração não é todo objeto que você pode fazer experimento. Se você pegar o lápis e cortar ainda será lápis, mas se você cortar uma caneta, uma das partes perde a função de caneta.

Após essa etapa foram dados encaminhamentos para a formalização do conceito, que é a parte final da Sequência Fedathi denominada de prova. Vale

ressaltar que a formadora juntamente com os alunos confrontaram entre si suas hipóteses e respostas. O trecho a seguir retrata a conversa que pontuou essa fase.

Momento da formalização das respostas: A Prova

F – Para vocês o que é uma grandeza? O que vem a cabeça? Diga o que vocês estão pensando.

A – eu penso em uma coisa grande.

A – é uma dimensão

A – algo que pode ser medido

F – os números fracionários também é uma extensão do conceito de números que nós já estudamos. Quando falamos de números fracionários não podemos deixar de falar em grandeza. Que pode ser discreta ou contínua.

F – O que quer dizer discreta? Uma grandeza discreta?

A – Já ouvi falar.

F – E contínua?

F – Já ouviram falar em frações?

A – fração é parte de um inteiro.

A – Uma parte do todo.

F – O que é o todo?

A – Grandeza.

Com isso percebemos que para compreendermos os números fracionários precisamos construir ou desconstruir conceitos mal formalizados, precisamos ter todos esses conceitos bem claros, bem formalizados, para compreendermos bem o que é esse número fracionário. Para que possamos usá-lo.

Assim, a Sequência Fedathi nos possibilitou após as apresentações de possíveis soluções, verificar, especialmente, no que diz respeito ao ensino do conteúdo dos números fracionários se os alunos haviam construído esse conceito. Foi por meio da formalização dos conceitos em grupo, cooperativamente, ou seja, por meio da *Prova*, fase final da Sequência Fedathi que os alunos futuros-professores apresentaram e tiraram suas dúvidas sobre o conceito de número fracionário, tendo em vista aos *obstáculos epistemológicos* que eles enfrentavam antes da aplicação da metodologia estudada para subsidiar a [re]construção desse conceito, que era mal elaborado cognitivamente por esses sujeitos, vejamos na fala dos mesmos:

F – Já ouviram falar em frações?

A – Fração é parte de um inteiro.

A – Uma parte do todo.

F – O que é o todo?

A – Grandeza.

A – São coisas que podem ser repartidas.

Como podemos analisar acima, as respostas dos alunos futuros-professores são vazias e não tem uma consistência conceitual, fato que nos provoca e nos instiga a continuar a sessão didática, e, desse modo, ao chegarmos na fase final, ou seja, a *Prova*, podemos perceber que aplicando a Sequência Fedathi temos um resultado diferenciado, pois com a mudança de postura do professor é possível levar o aluno a atitude de um aluno proativo.

Assim, como formalização Matemática, e diante das soluções apresentadas pelos sujeitos futuros-professores, com suas construções conceituais, diante da última fase – a *Prova*, concluíram que A – “*número fracionário é um número resultante de duas operações sucessivas e ordenadas sobre uma grandeza (um objeto), ou seja, dividir um todo em partes iguais, sendo cada uma das partes as unidades fracionárias, então, considerar uma ou mais unidades fracionárias tomadas desse Todo inicial*”.

Com isso a sala de aula em que o professor-formador lançou mão de uma metodologia de ensino intuicionista¹², sem exclusões, cooperativa, de cunho investigativo e por meio de descobertas, instigou o desenvolvimento lógico-matemático dos sujeitos e os possibilitou mostrar a relevância da prática investigativa que lhes permitiu compreender melhor os fenômenos ocorridos em seu contexto de atuação didática, proporcionando-lhes uma ação reflexiva, visando uma correlação entre o tripé: professor conteúdo alunos. Com isso, a relação entre esse tripé deve ser dialógica propondo a aplicação pedagógica da Sequência Fedathi sob a ótica de um professor intuicionista.

Percebemos que a maior dificuldade dos alunos em relação ao trabalho com frações se dá pelo não entendimento dos conceitos e não compreensão das estruturas que envolvem a relação *todo/partes*. Desta forma, verificamos que conceitos simples como: o que é uma grandeza?, em alguns momentos tal apreensão se tornava complexa até mesmo pelo rigor matemático da construção de conceito de números fracionários, que foge completamente a noção de número natural, e, portanto, fica complicado o aluno futuro-professor construir esse conceito tendo em vista que na sua formação básica esse conceito não foi elaborado com clareza, com essa concepção fica difícil imaginarmos esse fato na cabeça de uma criança.

O que os resultados da atividade nos apresentam?

Compreendemos por meio dessa *sessão didática* com base nas fases da Sequência Fedathi que todo trabalho com fração deve ser feita pelo aluno, neste caso, esta pesquisa teve como protagonistas os alunos futuros-professores. As

12 Na filosofia da matemática, **intuicionismo**, é uma abordagem à matemática de acordo com a atividade mental construtiva dos humanos. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Intuicionismo>. Acesso em: 10 set. 2010.

atividades sempre devem ser realizadas após uma sondagem com os sujeitos envolvidos respeitando sempre os conhecimentos prévios dos alunos, daí a importância de uma *análise preliminar*¹³, ainda, inicialmente deve ser por meio de material concreto, e só depois deve se partir para a construção abstrata dos conceitos.

Foi possível perceber e passar para os alunos futuros-professores que o fator decorrente da não compreensão do conteúdo das frações pelos discentes na sala de aula dos anos iniciais se dá também, pela forma como este conteúdo é trabalhado. É comum logo de início o professor apresentar ao aluno as frações como algo que jamais ele iria precisar ou usar em sua vida prática, não relaciona este conteúdo a nada do cotidiano, ele aparece longe da realidade.

De fato só foi possível a *Tomada de Posição* porque já conhecíamos as necessidades, dificuldades dos alunos, por meio da *Análise Preliminar*. Portanto, constatamos que a concepção do conceito de frações exige que se busquem esquemas, conhecimentos já construídos, como a noção de divisão, medidas e grandezas buscando sempre se explicar os porquês e procurando ser o mais claro possível na linguagem Matemática, usando-a para facilitar a compreensão do problema e não para complicar.

Com esse trabalho, objetivamos não só explorar bem o conteúdo matemático das frações por meio de situações-problemas, mas explorar metodologicamente a Sequência Fedathi, e, desta forma, constatar que os alunos futuros-professores só conheciam técnicas de ensino que não proporcionavam ao aluno momento de reflexão, pois eles só conheciam a fase da apresentação do problema e a resolução do problema pelo professor.

Para eles foi uma surpresa conhecer uma metodologia que dava oportunidade ao aluno de pensar, apresentar suas soluções e só então conhecer a resposta formal dada pelo professor.

Os alunos futuros-professores, até então trabalhavam com fórmulas e regras arbitrárias, que não proporcionavam a construção Matemática de forma efetiva, assim, desse modo, após apresentarmos a Sequência Fedathi em plena aplicabilidade, sentimos as mudanças de comportamentos, e consequentemente, a aprendizagem dos alunos futuros-professores envolvidos no estudo e demonstraram um pensamento coerente, confiante em seus raciocínios.

Finalizando, compreendemos por meio dessa sessão didática com a aplicabilidade da Sequência Fedathi que as atividades devem ser realizadas inicialmente pela *Tomada de posição*, depois deve se dá tempo ao aluno, ou seja ir para a *Maturação* que dará suporte para a construção abstrata dos conceitos. Com esse entendimento, fica claro para os alunos futuros-professores que devem assumir uma postura diferenciada na sala de aula, ou seja, devem

13 Fase da Engenharia Didática, tomada pela Sequência Fedathi no momento do planejamento da Sessão Didática.

tomar como base metodológica, uma metodologia que os [re] oriente em sua prática, de forma significativa, e ter claro que o fato dos alunos do ensino fundamental dos anos iniciais não compreenderem o conteúdo das frações na sala de aula se dá também, pela forma como é trabalhado, ou seja, logo de início o professor apresenta ao aluno a fração como algo que nunca ele iria necessitar empregar em sua vida cotidiana, não contextualiza o conteúdo, ele aparece além da realidade, e ainda, não dar oportunidade aos alunos de refletirem sobre o assunto, construir suas próprias concepções acerca dos conceitos e uso dos mesmos.

ÁLGEBRA

O estudo de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, envolve não o trabalho com símbolos, mas a identificação de regularidades em sequências, sejam estas numéricas, de figuras ou de outro tipo. O estudo de regularidades nesta etapa inicial de escolaridade pode ser feito por meio da proposição de atividades que dentre outros aspectos que conduzam o estudante a identificar os elementos e as regras de formação dessas sequências. Tal trabalho pode ser articulado ao estudo dos números e das figuras geométricas.

A palavra “Álgebra” parece para muitos alunos da educação básica, assustadora, pois é o momento em que se troca frequentemente números por letras. O nome álgebra, só aparece alguns séculos mais tarde, num trabalho de al-Khwarizmi (790-840), para designar, essencialmente a resolução de equações.

Não só para prosseguimento de estudos, mas também para o dia a dia dos estudantes, a competência em álgebra é bastante útil, e assim, todos devem buscar aprender essa unidade temática.

A álgebra ainda está fortemente ligada à manipulação simbólica e à resolução de equações, mas a álgebra vai além disso. Os alunos precisam entender os conceitos algébricos, as estruturas e princípios que regem as manipulações simbólicas e como estes símbolos podem ser utilizados para traduzir ideias matemáticas.

Porém, é preciso que na escola, esses conceitos algébricos possam ser construídos partindo das experiências com números, e também está fortemente ligada à geometria e ao tratamento de dados.

Os padrões e as regularidades desempenham um papel importante no ensino da matemática, sobretudo a partir de pesquisas no ano de 1988, quando chamou à matemática – a ciência dos padrões.

Com base nesta perspectiva abordar os processos de ensino e aprendizagem da álgebra partindo da identificação de padrões de regularidades, é um passo importante para que essa área da matemática seja melhor compreendida.

Em nosso dia a dia frequente encontrarmos conjuntos cujos elementos estão dispostos numa certa ordem. Assim, apresentamos como exemplo, a relação de nomes de alunos de uma classe; os números das casas de uma rua; a relação das notas musicais (dó ré mi fá sol lá si).

Se observarmos as “coisas” ao nosso redor, descobrimos inúmeros tipos de sequência. Definição de Sequência: Sempre que estabelecemos uma ORDEM para os elementos de um conjunto, de tal forma que cada elemento seja associado a uma posição, temos uma sequência ou sucessão. Uma sequência numérica pode ser finita ou infinita.

Exemplos: (2,5,8,11,14) é uma sequência finita; (5,4,8,1,3,5,4,8,1,3,5,4,8...) é uma sequência infinita.

Para Fioretini e Miorim (1993), o ensino da álgebra se sustenta no pressuposto de que o pensamento algébrico só se manifesta e se desenvolve a partir do cálculo literal ou a partir da manipulação da linguagem simbólica da álgebra que resulta numa forma especial de pensamento.

Para teóricos como Ponte (2005) o pensamento algébrico, assim como o pensamento geométrico, tem se constituído uma orientação transversal do currículo.

Um dos pensamentos mais complexos, o pensamento algébrico necessita ser trabalhado de forma contextualizada, e para tanto, é importante aliar a esse processo questões cotidianas, a partir da concepção do letramento matemático.

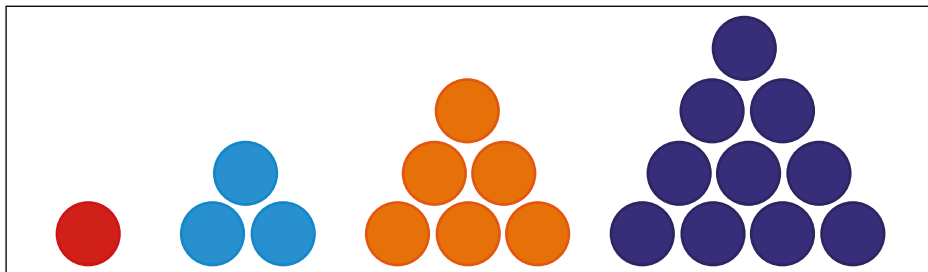
Esse tipo de pensamento deve ser iniciado desde os primeiros anos de escolarização, e isso exige um professor que tenha o domínio de diferentes estratégias metodológicas, como também, ter desenvolvido bem o pensamento aritmético, o qual tem fortes implicações no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Podemos dizer ainda que esse pensamento é desenvolvido também, a partir de uma reflexão sobre práticas que envolvam relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos, e isso é importante quando o aluno é capaz de transformar uma expressão aritmética em outra mais simples, e ainda, desenvolve algum tipo de processo de generalização, além de perceber e expressar regularidades ou invariâncias.

O pensamento algébrico deve ser iniciado nos anos iniciais do Ensino Fundamental e precisa ser desenvolvido até o final do Ensino Fundamental. Assim, é preciso propor atividades ao estudante que o ajude no desenvolvimento gradativo, até que substitua a linguagem usual pela linguagem Matemática, atingindo a abstração.

Nos anos iniciais a álgebra deve ter menor ênfase no cálculo algébrico, e maior ênfase em padrões e regularidades.

Figura 8 – Padrões e regularidades



Fonte: Elaboração própria.

De acordo com os PCN de Matemática, podemos dizer que de 1997 a 2017, temos que para que se garanta o desenvolvimento do pensamento algébrico, é necessário que sejam oferecidas aos alunos atividades que inter-relacionem as diferentes concepções de Álgebra, permitindo ao aluno analisar as suas diversas funções ao invés de simplesmente oferecer o contato com a técnica e a operatória.

Já com a BNCC, em 2018, visamos compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

A BNCC (BRASIL, 2018, p. 272),

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.

Para que os processos de ensino e aprendizagem aconteçam é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, também,

[...] estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BRASIL, 2018, p. 272).

Entendemos que é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade, estejam contempladas no ensino fundamental dos anos iniciais, e que embora não se use ainda as letras, mas sejam usadas as regularidades.

As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações (BRASIL, 2018, p. 272),

Não podemos ignorar a importante relação da álgebra com os números, são duas unidades que trabalham fortemente com as sequências (recursivas e repetitivas), vejamos a seguir,

A relação de equivalência pode ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se $2 + 3 = 5$ e $5 = 4 + 1$, então $2 + 3 = 4 + 1$. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita (BRASIL, 2018, p. 272),

E ainda, observamos o trabalho com a álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental, em atividades, como despertem para

[...] noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?” (BRASIL, 2018, p. 272).

Assim, propor uma reflexão para a formação de professores, promovendo uma discussão sobre o trabalho com padrões e regularidades nos anos iniciais, a partir do uso de uma metodologia que tenha como princípio – o processo investigativo, e como premissa, a mudança de postura do docente, auxilia na realização de atividades para que alunos evoluam de um pensamento mais simples, e passe a perceber regularidades e padrões a partir de estruturas ou expressões matemáticas.

Esperamos também que essa reflexão os leve a pensar analiticamente, e isso pode ser uma alternativa importante para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica no aluno.

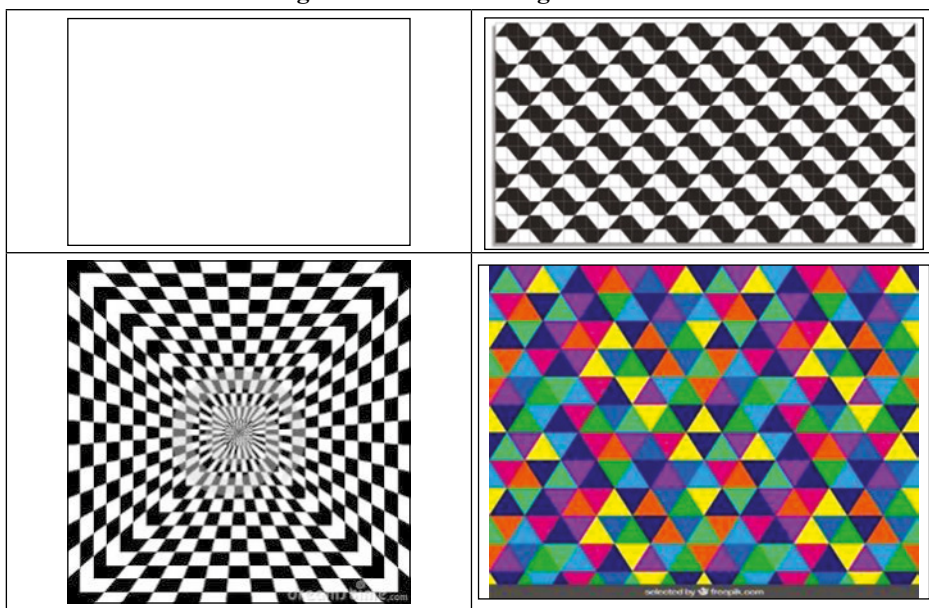
As atividades que seguem, visam despertar o professor para a compreensão de que trabalhar álgebra nos anos iniciais, pode ser muito produtivo e instigante para o aluno, se as situações-problemas apresentadas a ele forem significativas, e proporcionarem reflexões de situações cotidianas, para tanto, essas reflexões devem partir dos pressupostos de um letramento matemático, e isso exige mudança de postura do professor, a qual é contemplada na Metodologia Sequência Fedathi-SF.

A professora solicitou na aula anterior que os alunos trouxessem imagens de figuras do cotidiano, poderiam ser qualquer coisa, desde imagens da natureza até de obras arquitetônicas, marcas de carros etc. Assim os alunos fizeram, e trouxeram as mais diversas imagens.

Na Tomada de Posição I, da SF a professora projetou algumas imagens e solicitou aos alunos que observassem os padrões e regularidades que apareciam nas imagens. Eles observaram as imagens e disseram o que viam, foi um momento enriquecedor, pois os alunos disseram que não mais observariam o espaço físico, sem lembrar daqueles conceitos – padrão e regularidades.

Na Tomada de Posição II, a professora projetou imagens, e solicitou que observassem o que viam das imagens a seguir.

Figura 9 – Padrões e regularidades



Fonte: Google images.

Os alunos se debruçaram na observação das imagens e apresentaram a solução da situação proposta pela professora, eles foram instigados a pensar os tipos de padrão, e a observar se haviam relações entre os padrões que as imagens apresentavam. A professora questionou os alunos, nessa fase da solução, se a Matemática podia ser caracterizada como a “ciência dos padrões”?

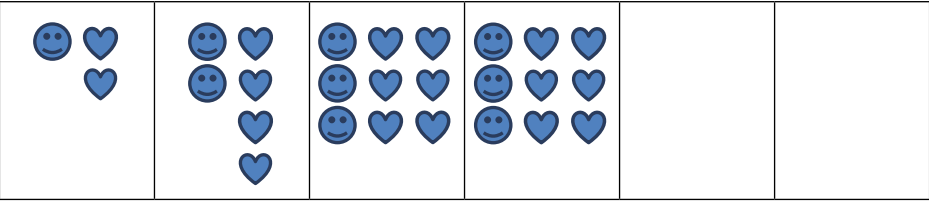
Eles foram refletir sobre a questão, e compreenderam que a matemática, baseia-se também na análise de padrões e regularidades, e que, portanto, é possível trabalhar o pensamento algébrico, a partir de padrões, e sem a presença de letras.

As reflexões nos trouxeram a compreensão de que o letramento é um conjunto de práticas sociais que envolvem o ato de letrar, mediado por produções textuais, e que o letramento algébrico, pode ser conceituado como um conjunto de práticas sociais de conjecturas e interpretações mediadas por

diferentes situações-problema que envolvem sequências numéricas, padrões, regularidades, tabelas, gráficos, figuras em sequências de diferentes tipos, diversos significados, e que o letramento matemático, compreende todos esses conceitos, e além disso, colabora no desenvolvimento crítico do sujeito.

Nesse delinear, a professora faz a Tomada de Posição III, observando a imagem a seguir, a qual representa uma sequência, que para identificá-la é preciso encontrar o padrão e regularidade para continuar com a sequência.

Figura 10 – Padrões e regularidades



Fonte: Google images.

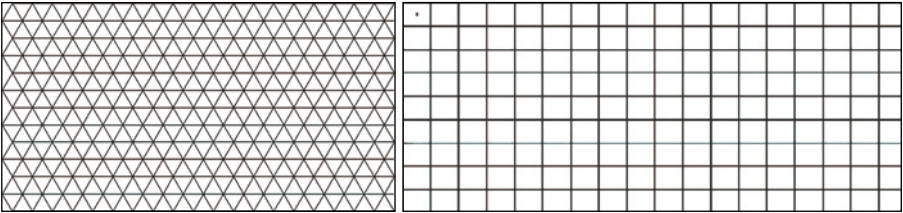
Esse tipo de atividade pode ser proposta também com objetos encontrados em sala de aula, como material escolar, ou outros tipos de objetos presentes em sala de aula, ou no ambiente escolar, que estejam acessíveis aos alunos.

Durante o momento de maturação dos alunos sobre os padrões da imagem acima, a professora procurou realizar alguns questionamentos que auxiliassem no desenvolvimento do pensamento algébrico, do tipo: é possível criar padrões a partir desses?

Como já dito anteriormente, podemos trabalhar álgebra, sem iniciar com variáveis simbólicas, com letras, mas sim, por meio da percepção de padrões e regularidades, especialmente, obtidos do ambiente externo à sala de aula, como as imagens dos fractais, os quais podem colaborar para desenvolver qualitativamente esse tipo de pensamento.

A Tomada de Posição IV, foi solicitar aos alunos que usassem as malhas para que elaborassem seus próprios padrões.

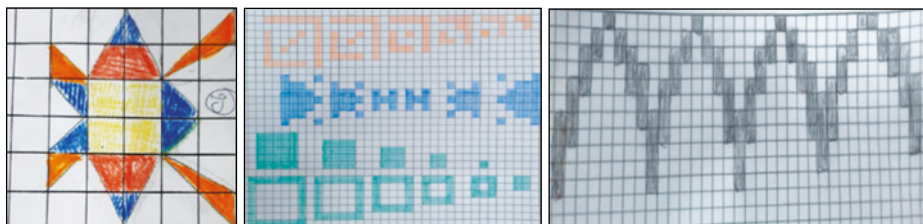
Figura 11 – Padrões e regularidades



Fonte: Google images.

Nesse momento, de maturação, os alunos ficaram um pouco em dúvida, e a professora fez algumas contraperguntas, do tipo: as janelas da sala de aula, apresentam alguma característica que possamos estabelecer alguma relação de uma com a outra? Se tem, qual é essa relação? Depois dessa pergunta reflexiva, os alunos se debruçaram no problema, a fim de encontrar as melhores respostas. Vejamos a seguir, o momento da solução, o que foi possível para eles apresentarem.

Figura 12 – Padrões e regularidades



Fonte: Elaboração própria.

Essas atividades despertaram os alunos para pensar que a álgebra pode ser trabalhada desde cedo e que dependendo como esses conceitos sejam abordados, é possível aprender com tranquilidade, desde que a compreensão seja a partir de situações do cotidiano, do letramento matemático, e que também seja mediada por uma metodologia que vise um aluno investigador, proativo, e um professor inventivo e, menos ativista.

Vale lembrar que é importante também trabalhar atividades que auxiliem no desenvolvimento das habilidades de identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas.

Por fim, o desenvolvimento do pensamento algébrico na perspectiva do letramento matemático, envolve, além de outros aspectos, o conjunto de procedimentos necessários à resolução de uma situação-problema a partir de reflexões de situações cotidianas que auxiliam na resolução do problema.

Lembramos que quando trabalhado a linguagem algébrica desde os primeiros anos escolares, os alunos conseguem entender a relação simbólica, ou seja, quando um número pode representar uma letra ou um objeto qualquer. Mas reforçamos a importância de todo trabalho ser feito realizado pelo aluno, orientado pelo professor, na perspectiva de uma metodologia que visa trabalhar a postura docente, e a postura discente.

Nesse sentido, destacamos a metodologia Sequência Fedathi, que tem como princípio a imersão pedagógica, no quefazer pedagógico antes, durante depois da sala de aula e que nos apoia nas atividades sobre álgebra e em todas as demais unidades temáticas, a saber a geometria a seguir.

Editora CRV - Proibida a impressão e/ou comercialização

GEOMETRIA

O ser humano tem sido forçado de forma evolutiva cada vez mais a assumir sua capacidade superior e singular de abrangência e de síntese. Crema (1989) relata que D'Ambrosio levanta a questão de estarmos presenciando o “final de um modelo cognitivo” e nos aproximando de uma “verdade totalizadora que nos desvende o grande e o pequeno, o interior e o exterior”. O autor contribui com essa pesquisa ao enfatizar que a transdisciplinaridade transcende o enfoque disciplinar e destaca a ligação entre os ramos da ciência com outros caminhos. Assim, contribuindo no tear das proposições acerca da temática, D'Ambrosio (2011, p. 44) diz

A transdisciplinaridade é um enfoque holístico, que procura elos entre peças que por séculos foram isoladas. Não se contenta com o aprofundamento do conhecimento das partes, mas com a mesma intensidade procura conhecer as ligações entre essas partes. E vai além, pois não reconhece a maior ou menor essencialidade de qualquer das partes do todo.

O autor ainda diz que esse enfoque por ele defendido supera a arrogância do pretensão saber absoluto. E que a transdisciplinaridade é um enfoque holístico ao conhecimento que procura levar a essas consequências de respeito, solidariedade e cooperação que se apoia na recuperação das várias dimensões do ser humano para a compreensão do mundo na sua integridade.

D'Ambrosio (2011) nos faz refletir que para seguirmos nesta direção, devemos abrir as portas de nossas “gaiolas epistemológicas”, ele nos assegura que essa é uma condição relevante para a construção do conhecimento e da aprendizagem.

Ainda sobre a transdisciplinaridade, compreendemos que serve para influenciar de forma positiva a educação, proporcionando uma mudança de atitude na construção de uma prática docente que se abre para o rigor e a tolerância, indicados na “*carta da transdisciplinaridade*”¹² (D'AMBROSIO, 1997).

No desenrolar dessas ideias, os educadores imbricados pelo objetivo de trazer à tona uma Matemática viva, significativa e transversalizante, procuram retomar e tornar por meio da interdisciplinaridade e transdisciplinaridade, a relação do saber científico com os saberes periféricos, no caso de nossa pesquisa, o saber que vem da prática das rendas de bilro.

Corroborando com esse modelo de ensino, entendemos que para realizar uma aprendizagem significativa¹⁴ é preciso que os educadores assumam uma postura diferenciada diante das atividades educacionais, em que as mesmas

14 Termo usado sem compromisso com nenhuma teoria.

apresentem atividades didáticas motivadoras que envolvam saberes diversos, pois essa transversalidade precisa está bem em foco, assim, como exemplo, a Geometria e a simetria nas rendas de bilro, provocando a abertura de caminhos que valorizem um modelo transversalizante.

Em busca desse modelo, procuramos reconhecer os conteúdos matemáticos como um saber possível de ser aplicado às práticas socioculturais, como a renda de bilro, de acordo com padrões abstratos, propondo uma releitura dos fenômenos da realidade em que professores e alunos possam desenvolver uma modelização Matemática¹⁵, com base na prática sociocultural e histórica.

Para se pensar os saberes com tudo que eles têm de mais criativo, reaver antigas sabedorias, abrir esses conhecimentos para a experimentação e transversalidade com outros conhecimentos, faz-se necessário essa universalização pela acumulação e sistematização da cultura científica. Ainda sobre essa reorganização do conhecimento, supõe-se uma complementaridade entre “*estratégias distintas das universais aptidões cognitivas da espécie humana*” (ALMEIDA, 2010, p. 42).

Contextualizando as ideias originais de nossas reflexões é possível assegurar que os saberes que permeiam os grupos acadêmicos e os grupos socioculturais, aqui especificamente, o grupo das rendeiras, precisam ser descobertos, problematizados e reconstruídos, ampliando, assim, o papel do intelectual mensageiro de saber científico, tradutor privilegiado das explicações dos fenômenos. É fundamental se pensar nas conexões dos saberes em que existem de um lado o intelectual que pensa e de outro o intelectual que opera, ou seja, os saberes existem em toda parte.

Buscando essa transversalidade, podemos estabelecer conexões entre os saberes das rendeiras de bilro e as abordagens de alguns conteúdos matemáticos. Para que tais conexões se tornassem realidade, foi necessário tecer um processo histórico de recriação da renda de bilro, para que entendêssemos melhor sobre essa prática histórica e sociocultural, desde o *fazer* até a comercialização.

Nesse sentido, os estudos da pesquisadora Girão (1984), de cunho catalográfico, descrevem que para a confecção da renda de bilro são necessários alguns materiais, tais como almofada, bilros, fios, papelão (chamado por pique em Portugal e em alguns estados do Brasil como cartão grosso) – nele vem o desenho da renda.

Diante disso, inicialmente “*o fazer*”, o ato se manifesta por meio do cruzamento dos bilros, torcendo-os e imprimindo um movimento de rotação- vale

15 Aqui ressaltamos essa expressão pela relevância como a aplicação de Matemática em outras áreas do conhecimento, mas sem uma limitação teórica, visando uma ampliar as várias formas de aplicação da Matemática (BARBOSA, 2004).

ressaltar que o número de bilros utilizados varia conforme a complexidade do modelo da renda, os movimentos dos bilros terminam quando o papelão está preenchido com alfinetes, ou no Ceará, com os espinhos do mandacaru.

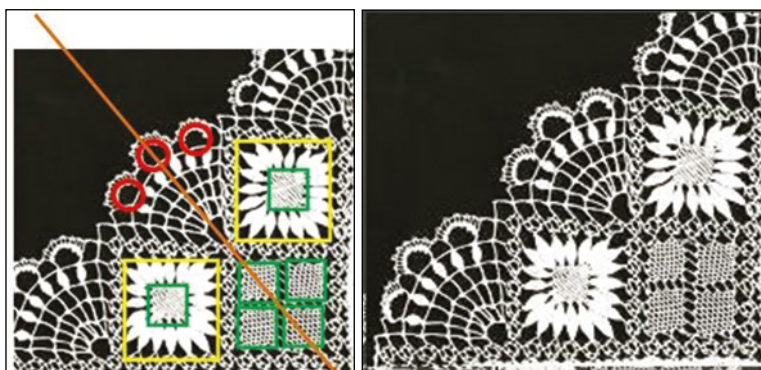
Como os papelões não ultrapassam 50cm, as rendeiras estão sempre fazendo um movimento chamado “levantar o papelão”.

A renda de bilro vai tomando no movimentar dos bilros, e nos dá as primeiras impressões do que queremos ressaltar, estudar e apresentar no entrelaçar das linhas dos bilros com a geração das formas geométricas e suas propriedades.

Nesse delinear, consideramos os tipos de isometrias, como: *translação*, *reflexão* e *rotação*, e com essa compreensão podemos observar que os movimentos dados pelas rendeiras podem apresentar uma conexão com os movimentos propostos nas relações matemáticas referentes aos conceitos de simetria que queremos destacar.

Assim, pretendemos, nesse viés, apresentar a Matemática a ser explorada nessa arte prática sociocultural e histórica. Nesse sentido, a figura a seguir evidencia as formas geométricas de uma renda de bilro já pronta e que representa bem um modelo viável para se explorar alguns conteúdos matemáticos, como faremos com a figura a seguir.

Figura 13 – Renda de bilro



Fonte: Santos (2012, p. 59).

Nessa perspectiva, trazemos para discussão alguns aspectos matemáticos que envolvem essa prática sociocultural e histórica para uma discussão em nível acadêmico, no intuito de apontarmos algumas possibilidades didáticas para o ensino e aprendizagem da Matemática escolar, especificamente no que se refere aos conteúdos que envolvem a Geometria, simetria e isometria.

Nessa linha de raciocínio, queremos entender a origem da renda de bilro e as histórias controversas que envolvem essa história instigante; e ouvir das

rendeiras essa história é interessante, pois para as rendeiras, a renda de bilro não é simplesmente uma prática cultural de tradições, mas uma prática secular que passa de mães para filhas, de geração a geração. Comprovamos esse fato no diálogo que mantivemos com algumas delas em nossa visita ao seu *locus*. Porém, a rendeira dona Fransquinha¹⁶ diz que:

minha vó fazia renda, minha mãe aprendeu com ela, e eu aprendi com minha mãe. Ela não queria me ensinar e, quando ela saía de casa, eu ia mexer na almofada dela. Eu tinha uns seis anos e quando ela chegava perguntava: – Fransquinha, por que você embaralhou os bilros? – ela não queria me ensinar e eu aprendi sozinha.

O diálogo foi mantido com dona Fransquinha, que faz renda de bilro há mais de sessenta anos, sempre na Prainha – Aquiraz – Ceará, e por mais de 25 anos naquele mesmo local: o Centro das Rendeiras da Prainha.

7.1 Entrelaçando saberes

No nosso entendimento, os temas que envolvem o saber científico da Matemática e o saber sociocultural e histórico estão entrelaçados. Ampliando o tamanho do papelão, o homem comum apresenta sensibilidades ao observar fenômenos diversos, cunha métodos característicos no intuito de melhor entender para melhor explicar (ALMEIDA, 2010).

Nesse sentido, o que difere uma pessoa da outra é a forma de operar o pensamento, da forma criativa de observar os fenômenos do mundo. Com essa explicação, pode-se assinalar que é possível encontrar em cada época pessoas de diferentes sabedorias, intelectuais, que se destacam de uma forma ou de outra por sua maneira diferenciada de produzir conhecimentos. A partir dessa visão de produção de conhecimentos, é possível, portanto, assegurar que embora os cientistas com sua ciência experimental busquem explicar o mundo, é fundamental dar oportunidades para que as práticas socioculturais e históricas se manifestem e formulem as sabedorias usadas para sua subsistência e de seu grupo sociocultural.

É nessa perspectiva que almejamos relacionar a experiência praticada criação das rendas de bilros, sua produção e consumo de alguns conteúdos matemáticos.

Precisamos estabelecer um diálogo entre as duas práticas, a cultural e acadêmica, buscando a transversalidade do conhecimento. Lembramos,

16 Dona Fransquinha é vice-presidente do Centro das Rendeiras Dona Luiza Távora, na Prainha – Eusébio. Diálogo mantido em uma visitação em julho de 2010, ele foi filmado com autorização da mesma.

entretanto, que é preciso abrir as nossas “gaiolas epistemológicas”, e ampliar nossa sociocognição no processo educacional.

Assim, os saberes da rendeira (intuitivo/simbólico) se diferenciam dos saberes escolares (racional/científico), pois os saberes escolares compreendem como base métodos sistemáticos, experiências controladas e capazes de refutação, reformulação, atualização. Opera por meio das aptidões universais para conhecer e expressar contextos, narrativas e métodos distintos, assim, para que os saberes da rendeira mantenha diálogo com os saberes matemáticos, é necessário que promovamos esse encontro.

Antes de estabelecer essa relação entre práticas socioculturais e Matemática, é necessário definir de que lugar estou apresentando a prática sociocultural e histórica das rendeiras, quais são suas características, formulações geométricas e principalmente em que sentido o saber da rendeira manifestado em cada peça criada, pode ser relacionado ao saber matemático, visando situar conceitualmente a renda de bilro e a rendeira, como uma prática artesanal, cujo saber fundamentado varia entre *o simbólico e o racional* e pode contribuir para o ensino de Matemática, a partir da exploração de suas formas geométricas.

Alguns conceitos geométricos são quase sempre deixados de lado, contudo historicamente sabemos que a Matemática tem sua origem com a Geometria.

A simetria é um desses conceitos que vem sofrendo esse “preconceito” e muitas vezes não é ensinada como deveria. Os Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN (BRASIL, 1997) tratam a simetria e suas relações com situações apresentadas no cotidiano, assim, destacam a simetria em algumas partes do corpo humano, na natureza e em objetos diversos a nossa volta, em nosso cotidiano.

As rendas de bilro em geral são produzidas, como já constatamos no tópico anterior, por meio de uma combinação dos movimentos dos bilros. Nesses movimentos realizados, identificamos as isometrias, pelo fato desses pontos conservarem as distâncias dos pontos em movimento.

Os conceitos a seguir delineados e desenhados são definidos de forma intuitiva, e dentro de uma linguagem não muito rebuscada, para atender o entendimento dos leitores mais simples, como alunos e professores da educação básica.

Assim, vamos explorar um pouco esses conceitos de Simetria e as transformações isométricas no plano euclidiano e suas relações cotidianas. Pois os PCN (1997, p. 124) das séries finais do Ensino Fundamental apontam que as transformações, embora não pareçam um assunto presente no dia a dia, se pararmos para observar e analisar os objetos a nossa volta vamos nos deparar facilmente com objetos simétricos.

Nesse entendimento, é relevante termos incluído o estudo de Simetria e Isometria como conteúdos para trabalhar as formas geométricas presentes nos padrões das rendas de bilro. Podemos apontar como sendo a principal relação da Geometria e a vida cotidiana, possibilitando ao educando uma releitura do mundo em que vive pelos objetos físicos a sua volta, fato cuja relação iremos perceber claramente nos estudos apontados pelos PCN (BRASIL, 1997) de Matemática.

As preocupações que envolvem o ensino de Geometria e simetria no ensino fundamental são intrínsecas ao processo de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos.

A Geometria, segundo Pavanello (2004) e Bittar e Lopes (2005) esses conteúdos tem cada vez mais estado ausente das salas de aula, e quando são trabalhados, é a “Geometria calculista”, totalmente desligada dos demais conteúdos e concepções.

Porém, de acordo com Pavanello (2004), para compreender bem os conceitos geométricos é preciso dominar os três polos que são o polo geométrico, o polo numérico e o polo grandeza, onde o polo geométrico trata das superfícies planas, o polo numérico, formado pelas medidas de superfícies planas ou por números pertencentes ao conjunto dos números reais não negativos, por exemplo, $\frac{1}{4}$, $\sqrt{3}$, 3, 15 etc.

Com esse entendimento, os PCN (1997) de Matemática, acerca dos ciclos 1º, 2º, 3º e 4º se apresentaram com uma possibilidade de inserção desses conteúdos nas salas de aula de Matemática, contudo, sabemos que as dificuldades ainda são presentes e pertinentes, após 15 anos de publicação desse documento oficial.

Segundo o PCN de Matemática,

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao

aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1997, p. 39).

Assim, os estudos aqui propostos por meio da relação da renda de bilro e a Matemática têm em sua base na transdisciplinaridade, na Matemática cultural, na prática social e nas conexões que os conteúdos de Geometria e simetria podem fazer na sala de aula. Nesse sentido, apoiamo-nos em D'Ambrosio que assinala que

O essencial na transdisciplinaridade reside numa postura de reconhecimento de que não há espaço e tempo culturais privilegiados que permitam julgar e hierarquizar, como mais correto ou mais correto ou mais certo ou mais verdadeiro, complexos de explicação e convivência com a realidade que nos cerca. A transdisciplinaridade repousa sobre uma atitude aberta, de respeito mútuo, sobre mitos, religiões e sistemas de explicações e conhecimentos, rejeitando qualquer tipo de arrogância e prepotência. A transdisciplinaridade é, na sua essência, transcultural. Exige a participação de todos, vindo de todas as regiões do planeta, de tradições culturais, formação e experiência profissional as mais diversas (D'AMBROSIO *apud* VERGANI, 2008, p. 16).

Com essa compreensão transdisciplinar, o ensino de Geometria centra-se, ainda, na realização de atividades exploratórias do espaço. Assim, deslocando-se no espaço e manuseando formas, os alunos percebem as conexões dos objetos no espaço e o uso de direções, porém, vale ressaltar a importância de os alunos serem motivados a trabalhar com representações do espaço, possibilitando que os mesmos as produzam e as interpretem.

Com isso, a renda de bilro pode facilitar o trabalho com malhas e diagramas, fazendo-se indispensável que o professor estimule a observação de características das figuras bidimensionais, o que permite aos alunos identificar propriedades e, desse modo, estabelecer algumas classificações e relações com o objeto de estudo – a renda de bilro.

Segundo os PCN (BRASIL, 1997) de Matemática, a

Geometria consiste em levar o aluno a perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem. Isso pode ocorrer por meio de atividades em que ele possa explorar formas como as de flores, elementos marinhos, casa de abelha, teia de aranha, ou formas em obras de arte, esculturas, pinturas, arquitetura, ou ainda em desenhos feitos em tecidos, vasos, papéis decorativos, mosaicos, pisos, etc. (BRASIL, 1997, p. 81).

Pretendemos por meio das atividades geométricas e suas relações com a prática sociocultural e histórica das rendas de bilro, apresentar algumas possibilidades de desenvolvimento de processos de *estimativa visual*, seja de comprimentos, ângulos ou outras propriedades métricas das figuras (BRASIL, 1997).

Com esses entendimentos, propomos algumas reflexões acerca de conteúdos matemáticos de Geometria, simetria e isometria que consideramos relevantes para desenvolver as atividades que envolvem as transformações de uma figura no plano. No decorrer das atividades exploratórias, fez-se relevante propor situações que possibilitassem as comparações de duas figuras, em que a segunda é resultante da reflexão da primeira (ou da translação ou da rotação) e permitiu a descoberta do que permanece invariante e do que muda.

As atividades partiram da observação e identificação dessas transformações nas rendas de bilro. Assim, o estudo das transformações isométricas (transformações do plano euclidiano que conservam comprimentos, ângulos e ordem de pontos alinhados) se constituiu no ponto de partida para a construção das noções de congruência, simetrias.

As principais isometrias são reflexão numa reta (ou simetria axial), translação, rotação, reflexão num ponto (ou simetria central) e identidade. Desse modo, foi importante perceber que as transformações que conservam propriedades métricas puderam servir de base não apenas para a ampliação e construção do conceito de congruência de figuras planas, mas também para a compreensão das propriedades destas.

Inicialmente, segundo os PCN (BRASIL, 1997), as transformações podem parecer um assunto que não tem relação com o cotidiano, porém

refletindo e observando um pouco, nota-se, por exemplo, que as simetrias estão muito presentes no cotidiano. Em inúmeros objetos físicos ocorrem aproximações de planos de simetria de reflexão. Em representações planas desses objetos, tais planos de simetria reduzem-se a eixos de simetria. No corpo humano, pode-se observar (aproximadamente) um plano de simetria (BRASIL, 1997, p. 125).

Com essas reflexões, temos que os estudos acerca das transformações que envolvem a ampliação e redução de figuras se constituem como uma base à construção do conceito de semelhança, assim, esse conceito é em geral estudado para se compreender as definições dos triângulos, dentre outras.

Consideramos com essa reflexão a possibilidade de se compreender mais amplamente a importância do ensino de Geometria, simetria, isometria e a sólida construção desses conceitos, bem como, ampliações e reduções que

podem ser feitas numa figura pelas transformações conhecidas, com o apoio da renda de bilro, por nós aqui detalhada.

Diante desse enlace, no tópico seguinte fez-se necessário descrevermos algumas definições matemáticas, acerca dos conteúdos ora citados relevantes no PCN (1997, p. 125) de Matemática para o ensino de Geometria no Ensino Fundamental.

7.2 Isometrias no plano euclidiano: teoremas, axiomas e corolários

Podemos definir como Isometrias às aplicações que transformam uma figura geométrica numa outra geometricamente igual à primeira, ou seja, é uma aplicação que conserva as distâncias entre os pontos e a amplitude dos ângulos.

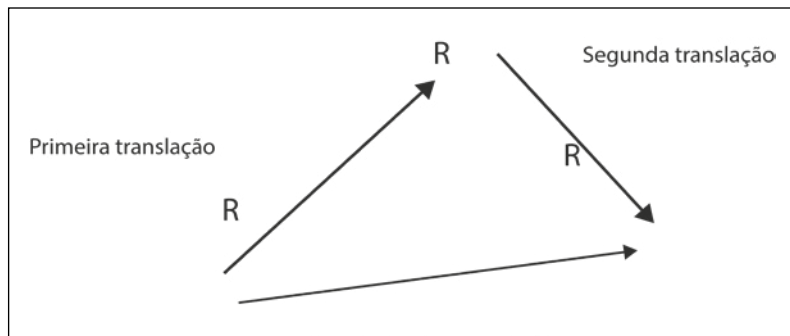
Consideraremos aqui os tipos básicos de simetria, as isometrias do plano: reflexões, translações e rotações. Dessa forma, temos que uma transformação é uma bijeção do plano nele próprio. Assim, uma translação é uma transformação que envia retas em retas e chama-se colineação. Uma colineação que envia retas em retas paralelas denomina-se dilatação.

O conjunto de todas as isometrias forma um grupo. Uma simetria do conjunto de pontos S é uma isometria a tal que $a(S) = S$. O conjunto de todas as simetrias de S é um grupo. Uma translação é uma transformação (bijeção do plano nele próprio), as rotações são transformações, uma rotação é uma isometria e uma reflexão é uma transformação.

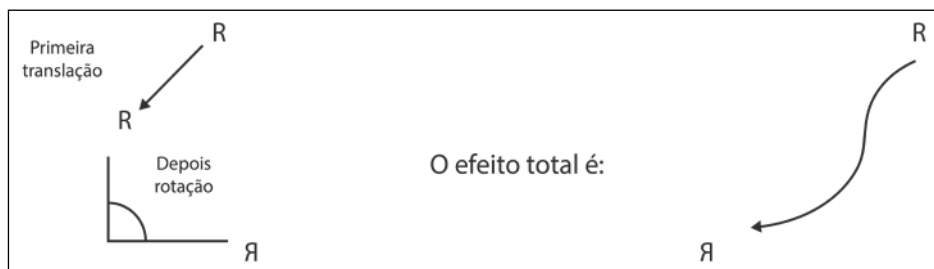
Sintetizando, os movimentos de rotação, translação e reflexão se constituem em movimentos rígidos no plano. Nesse sentido, segundo Farmer (1999), o movimento rígido mais simples é a *translação* e nele tudo é movido pela mesma distância e na mesma direção.



Assim, a translação pode ser definida como um movimento rígido. Já a *rotação*, pode ser definida como um ponto que é fixado e a quantidade pela qual o todo roda em torno desse ponto. O ponto fixo é o *centro de rotação* e atua como um eixo e as duas linhas desenhadas indicam a rotação, como se fossem os raios de uma roda (FARMER, 1999, p. 28). De outra forma, podemos combinar rotação com translação. Observemos o exemplo a seguir.



Agora, observem a translação seguida de rotação.



Observando os movimentos traçados anteriormente, verificamos que a linha ondulada indica que existe um movimento R para o segundo R.

Além desses movimentos, também é preciso completar essa lista com outro movimento que é a **Reflexão**. Nesse sentido, a reflexão é determinada por uma linha de espelho. Observemos a exemplificação a seguir.



Os exemplos ora expostos serão mais adiante observados e analisados à luz de padrões encontrados nas rendas de bilro, bem como, a simetria, que pode ser definida como um movimento rígido que deixa a figura exatamente na mesma.

Sobre simetria e isometria, ainda podemos tecer, apoiados pelos autores Biembengut e Hein (2011, p. 70), que

A Simetria ou Isometria é um movimento rígido no plano que aplica um ornamento sobre si mesmo. Isto quer dizer ao efetuar um movimento em uma figura ou elemento gerador sua forma e seu tamanho não variam. A isometria pode ser direta (translação e rotação) ou inversa (reflexão e translação refletida).

Dessa forma, as definições ora expostas nos servem como aporte para entendermos os conceitos emergentes da nossa interpretação dos movimentos matematizados nas peças criadas pelas rendeiras ao tecer a renda de bilro, tendo em vista os conteúdos que podemos abordar nessa relação detalhada mais adiante.

A concepção de simetria é uma das mais ricas em Matemática e, em particular, na Geometria, porém em várias situações essa acepção nem sempre é muito clara e traz comumente em si muitos conflitos.

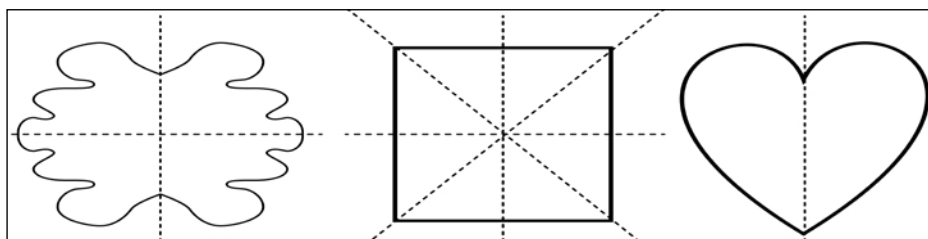
A simetria, segundo Alvarenga (2002, p. 310-311),

apesar de estar presente em toda a natureza, pode nos dar a falsa impressão de que existe em todas as estruturas naturais. [...] o corpo humano, por exemplo, é simétrico em várias de suas estruturas, como a anatomia externa, a estrutura muscular e estrutura do esqueleto. Entretanto, sob o ponto de vista da estrutura anatômica interna, o corpo humano é assimétrico, porque nem todos os seus órgãos são duplicados.

Compreendemos que a ideia de simetria está, de algum modo, entrelaçada às transformações geométricas, especificamente às isometrias, pois a simetria de uma figura é algo mais do que uma transformação geométrica.

Ainda podemos assinalar que o conceito de simetria pode ser utilizado para a exploração e construção criativa de formas, sejam nas rodas, frisos, mosaicos ou nas rendas de bilro. A simetria como arte transcende suas formas.

Observem a figura a seguir, nas formas apresentadas, a definição de simetria pode ser observada a partir dos tracejados.

Figura 14 – Tracejados

Fonte: Pesquisa direta.

Verificamos rotineiramente um dos conflitos habituais de se terem adotado as designações simetria axial e simetria central (respectivamente a seguir) para as transformações geométricas que deveriam antes chamar-se reflexões, meias-voltas (no plano) ou inversões (no espaço).

Ao longo dos tempos, a definição de simetria foi se ampliando e quando discutida formalmente passou a ser descrita por uma determinada beleza em busca da perfeição das formas. Nesse sentido, a forma com que a renda de bilro foi desenhada nos provoca um olhar mais detalhado, assim, vamos analisar a figura 38 por partes e compará-las.

Para isso recorreremos ao que Alvarenga (2002, p. 449) assegura sobre a premissa de que qualquer transformação geométrica exige alguns parâmetros:

- A descrição geométrica do objeto (forma, posição);
- Os atributos visuais do objeto (cores, linhas, padrões);
- Outros atributos (que dependem da aplicação desejada);
- O sistema de coordenadas, que diz onde estão os objetos.

Complementando essas informações, Alvarenga (2002) assinala que as transformações podem alterar ou não as coordenadas que descrevem o objeto. Desse modo, considerando a translação como um dos movimentos mais simples, e que já identificamos no padrão da figura 38 da renda de bilro analisada anteriormente, temos que esse movimento compreende a duplicação de uma forma padrão, que obtemos quando fazemos o deslocamento de cada imagem dentro de uma distância fixa e na mesma direção.

GRANDEZAS E MEDIDAS

Os processos de Ensino e de Aprendizagem apresentam em sua essência, alguns paradigmas que emergem da metodologia e da epistemologia do professor. Destaco que o ponto de fulcro desse estudo, é a discussão sobre as unidades curriculares Grandezas e medidas e Geometria, e nesse sentido, destacamos essa reflexão a partir do letramento matemático e da metodologia Sequência Fedathi-SF.

Apresentamos as experiências exitosas têm consubstanciado essa metodologia à formação docente. Apresentamos uma atividade utilizando o conceito de medidas padronizadas, em que alunos constroem o Metro quadrado (M^2). Nessa atividade foi possível trabalhar os conceitos de: grandeza comprimento, área, perímetro, padrões e regularidades, figuras geométricas, ângulos, polígonos.

A professora entregou aos alunos papel madeira, fita métrica, tesoura, fita gomada, régua, pincel, tinta, para que os alunos realizassem a atividade. Em seguida questionou os alunos, se eles sabiam o que era e como representar o metro quadrado. E solicitou que os alunos de posse desse material representassem o M^2 , essa foi a Tomada de Posição I, e os alunos passaram a executá-la, ou seja, debruçaram-se sobre a situação apresentada.

Figura 15 – Construção do metro quadrado (M^2)



Fonte: Pesquisa direta.

Ainda para a compreensão do conceito de M^2 , foi trabalhado a ideia de comparação, e os conceitos de semelhanças e diferenças. Também foram trabalhados o conceito de área e perímetro. A professora solicitou que os alunos observassem quantos deles cabiam no metro quadrado, e foi dado como exemplo o cálculo que a Polícia Militar-PM realiza quando objetiva contar o número de pessoas que compareceram a um determinado evento ou manifestação.

Já os alunos despertaram para compreender quantos deles cabiam no metro quadrado, para entender a lotação do ônibus que usam diariamente.

Figura 16 – Quantas pessoas cabem no metro quadrado?



Fonte: Pesquisa direta.

A fita métrica usada na construção do metro quadrado serviu também para revisar os conceitos de múltiplos e submúltiplos, da grandeza comprimento, conhecer tipos de instrumentos de medidas convencionais, e não convencionais. A professora disponibilizou para todos os grupos uma fita métrica, mas alguns demoraram mais tempo para compreender a ideia M^2 , mais tempo de debruçamento diante da situação problema.

Para a SF, o tempo do aluno, deve ser mediado pelo professor, mas deve ser respeitado, pois é importante que o professor garanta que a fase da maturação seja vivenciada plenamente pelo aluno, pois é nessa fase que o aluno escolhe as estratégias e aciona seu *plateau* para elaborar as possíveis soluções.

A professora teve atenção para que essa fase fosse cumprida por todos os grupos de modo qualitativo e produtivo.

A seguir a professora fez a Tomada de Posição II, pediu aos alunos que ladrilhassem o M^2 , com tipos de polígonos escolhidos por eles. A professora lembrou aos alunos que o piso de alguns lugares é preenchido por mosaicos diversos, e que poderiam pensar sobre esses tipos de mosaicos para pensar no padrão que eles criariam para ladrilhar o M^2 .

Era importante que os alunos percebessem que a soma dos tamanhos dos ladrilhos tinha que ser igual a $1m^2$, e que nem todas as combinações de polígonos serviam para a pavimentar uma superfície plana, sem que deixassem falhas ou houvesse superposições de ladrilhos. A ideia era despertá-los para que como nem todo tipo de ladrilho cobria o plano, eles precisariam observar as formas, tamanhos, ângulos.

A professora solicitou também que os alunos se reunissem em grupos e decidissem como iriam realizar a atividade.

Figura 17 – Ladrilhamento do metro quadrado



Fonte: Pesquisa direta.

Nessa fase, a professora fez algumas perguntas, a fim de mobilizar o *plateau* dos estudantes para que eles percebessem que havia ali uma intenção pedagógica que dialogava com vários conceitos como de: polígonos, área, perímetro, ângulo, padrões e regularidades dos ladrilhos, plano, superfície etc.

Nas fases de maturação e solução da SF, percebemos que eles demoraram muito tempo pensando sobre suas estratégias, eles precisavam escolher um tipo de ladrilho que cobrisse todo o plano, sem deixar nenhuma falha na superfície, e percebessem que criariam um padrão. A professora fez algumas perguntas, como, por exemplo: Todo polígono preenche o metro quadrado? Como foi feita a escolha do tipo de ladrilho? Um só tipo de ladrilho cobre todo o plano?

Com isso, eles observaram que nem todo formato de polígono ladrilhava todo o plano, e começaram a optar por figuras de formatos triangulares, quadrangulares e hexagonais, e constaram isso a partir da construção também do conceito de ângulo dos polígonos regulares.

Na fase da prova, a professora formalizou para os alunos que eles construíram, a partir da atividade de ladrilhamento, conceitos relevantes da matemática como de área, perímetro e ângulo, além de padrões e regularidades. Muitas conjecturas matemáticas foram possíveis a partir dessa atividade, e, portanto, foi concluída com êxito tendo atingido os objetivos de ensino e de aprendizagem.

A SF possibilitou que o aluno, desenvolvesse sua inventividade, e a professora sua criatividade para oferecer ao aluno um ambiente propício a aprendizagem.

Santos (2007) reforça a imersão pedagógica pela SF, proporciona aos professores uma experiência formativa que favorece mudanças no comportamento proporcionando a valorização da investigação em sala de aula, e um ensino mais significativo.

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

A sociedade passa por rápidas transformações, e as informações são passadas pelos mais diversos meios. Assim, é imprescindível ter conhecimento de Probabilidade e Estatística para a compreensão dos fatos e fenômenos, a fim de agilizar a tomada de decisão, bem como, fazer previsões.

Na escola essa unidade curricular tem um espaço reduzido no currículo, mas deve ser trabalhada transversalmente a outras unidades de conhecimento, a fim de ampliar seu alcance na formação do sujeito crítico. Conceitos como de incerteza e tratamento de dados devem ser aprofundados, pois abordar esses conceitos, a partir de fatos e procedimentos presentes nas situações-problema da vida cotidiana, possibilita ao aluno a se aproximar mais das problemáticas do dia a dia, possibilitando o desenvolvimento de habilidades como de *coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados* nos mais diversos contextos.

Tais conceitos, colaboram para tomada de decisão, além de possibilitar o desenvolvimento do raciocínio para entender as representações e índices estatísticos que ajudam a descrever, explicar e prever fenômenos (BRASIL, 2018).

Cada vez mais precocemente os alunos têm acesso as problemáticas sociais e econômicas, e isso implica em saber ler e interpretar tabelas e gráficos. Desse modo, faz-se necessário que a escola básica, trabalhe com a formação de conceitos que auxiliem esses alunos no exercício de sua plena cidadania.

Um cidadão letrado deve saber além de ler e escrever, interpretar dados, construir representações para formular e resolver problemas que impliquem o recolhimento de dados e a análise de informações. O letramento estatístico, auxilia tanto a alunos como professores a pensar/refletir criticamente sobre os fenômenos e não simplesmente a aceitá-los sem reflexão de forma mecânica e alienada.

A Probabilidade e a Estatística, assumem um importante papel na formação do cidadão, quando colabora no desenvolvimento do senso crítico.

É preciso valorizar a curiosidade que move as crianças na descoberta das diferentes áreas, e isso só tem significado a partir da resolução de problemas aliados às experiências, e vivências que auxiliam no desenvolvimento do pensamento estocástico (tem origem em eventos aleatórios), necessário ao aluno por lhe possibilitar subsídios críticos que o auxiliem na tomada de decisão, frente aos fatos incertos do cotidiano.

Muitas são as dificuldades enfrentadas no ensino de Probabilidade e Estatística, e isso se dá pelas disputas curriculares. Santos (2005) constatou que os professores em formação não estudam de forma adequada essa área da

matemática, e por vezes concebem essas reflexões apenas como aplicações de algoritmos, e, em decorrência disso não tem clareza da importância desses conceitos na formação cidadã dos sujeitos.

Assim, queremos destacar que a unidade curricular Probabilidade e Estatística não pode ser dissociada das outras unidades curriculares, sob o risco de se perder as conexões necessárias para uma formação crítica e cidadã.

Apresentamos a seguir duas atividades, de um lado a ideia de probabilidade considerando que nem todos os fenômenos são determinísticos. A atividade centra-se no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, possibilitando aos alunos a compreensão de que há eventos: certos, impossíveis e prováveis. De outro lado, a concepção de que a estatística possibilita o desenvolvimento dos conceitos de: coleta de dados, organização, leitura, classificação, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráfico de colunas agrupadas, gráficos pictóricos e gráfico de linhas.

É a estatística, a área capaz de estimular nos alunos o espírito investigativo, e lançar desafios, como, por exemplo, ler e elaborar gráficos, e ainda, apresentar a interpretação de dados (BRASIL, 2018).

A atividade 1, trabalha mais claramente a ideia de probabilidade, como sendo a chance de um evento ocorrer ou não ocorrer, ou seja, a partir de experimentos determinístico e aleatório, em que o experimento determinístico é possível prever o resultado, e o experimento aleatório impossível de prever o resultado. Vamos trabalhar com o segundo caso, experimento aleatório. Observando o conceito de Espaço amostral (S), como as chances de eventos (E) aleatórios, bem como, o cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis.

A Tomada de Posição I, compreendeu o lançamento de dado.

Figura 18 – Dados



Fonte: Google images.

A professora entregou a cada aluno um dado, e fez alguns questionamentos, enquanto solicitava que eles lançassem os dados. Foi pedido que os alunos, observassem o que ocorria durante o lançamento, ou seja, quais as possíveis faces que poderiam ocorrer. Os alunos verificaram que as possibilidades eram: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, e que esse era um espaço amostral finito.

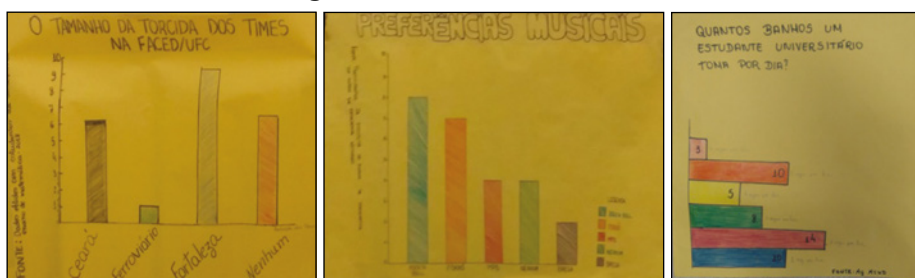
A professor faz algumas outras tomadas de posição, e solicita que os alunos que anotem o que ocorre quando lançam o dado. E pergunta a eles, quais as chances de ocorrer:

- a) Número par? $E = \{2, 4, 6\}$
- b) A Face 5? $E = \{5\}$
- c) Número ímpar? $E = \{1, 3, 5\}$

Durante a maturação, o professor reflete com os alunos que um evento certo, é aquele que compreende todo o espaço amostral, exemplo, jogar o dado e a chance de aparecer um número natural? Já o evento impossível, é aquele que não contempla nenhum elemento do espaço amostral, exemplo, jogar o dado e aparecer uma letra? Os alunos apresentaram suas soluções e estratégias usadas, e a professora formalizou o saber matemático, na fase da metodologia Sequência Fedathi, denominada de prova.

A Tomada de Posição II, a professora solicitou que os alunos apresentassem temas para investigação para que pudessem construir, o seu próprio espaço amostral. Os temas que surgiram foram: time preferido, comida preferida, esporte preferido, número de irmãos etc. A atividade foi realizada em grupo, e durante a fase da maturação, a professora ao visitar os grupos questionava se o tipo de gráfico escolhido era adequado para apresentar os resultados das pesquisas. Os alunos então refletiam e faziam suas escolhas. Entretanto, o tipo de gráfico mais escolhido foi de coluna.

Figura 19 – Gráficos de colunas



Fonte: Pesquisa direta.

O objetivo dessa atividade foi fazer com que os alunos percebessem que os gráficos são obtidos por meio de informações sociais e culturais, e que auxiliam na compreensão e possibilitam a comunicação ampla de dados. Dada a complexidade dessa unidade outras atividades devem ser trabalhadas, de modo que os alunos possam exercitar seu pensamento, e desenvolver raciocínios diversos, em confronto com situações diversas do cotidiano.

Após a culminância dessa atividade, e a formalização matemática dos tipos de gráficos, a professora apresentou nova problemática aos alunos. A ideia era consolidar nessa unidade três competências: a leitura, interpretação e construção de gráficos.

Sobre isso, a BNCC (2018) aponta que

[...] precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações (p. 267).

A Tomada de Posição III apresentada pela professora aos alunos, requeria deles que interpretassem a imagem e trata-se as informações que a imagem apresentava.

Figura 20 – Galinheiro do seu Chico¹⁷



“No galinheiro do seu Chico encontram-se galinhas, galos e pintinhos. Ele precisa saber quantos animais de cada tipo tem, vamos ajudá-lo? Vamos começar contando a quantidade de cada animal”

Fonte: Google images.

Nesse caso, os alunos deveriam elaborar um quadro e tratar os dados. Assim, os alunos procederam:

17 Adaptado de: FERRERO, Luis; GAZTELU, Ignacio; MARTIN, Pablo; MARTINES, L. **Matemáticas 4**. España, 1999. (Série Sol y Luna). Disponível em: <http://www.matematicando.net.br/wp-content/uploads/2016/08/953809.pdf>. Acesso em: 10 maio 2019.

Quadro 8 – Dados da situação-problema

Galinheiro do seu Chico			
Pintinhos	Galinhas	Galos	Animais
20	15	10	45

Fonte: Elaboração própria.

Também o professor solicitou aos alunos que construíssem uma tabela, para que eles observassem a diferença entre tabela e quadro, além de ver de outra forma, os dados em analisados.

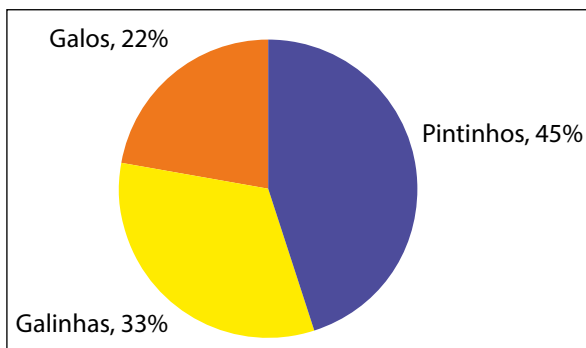
Tabela 1 – Representação dos dados

Animal	Quantidade	%
	15	33
	10	22
	20	45
Total de animais	45	100

Fonte: Elaboração própria.

Por fim, a professora solicitou aos alunos que apresentassem os dados, a partir do gráfico de setores. Um tipo de gráfico que exige rigor matemático, pois trata-se de uma forma de evidenciar os valores de cada categoria estatística representada de formas proporcionais às respectivas medidas dos ângulos, por exemplo, 1% no gráfico de setor equivale a $3,6^\circ$. Para tanto, basta considerar que 100% dos dados equivalem a um setor circular de 360° . Dessa forma, metade desses dados equivale a um setor circular de 180° , e assim por diante.

Assim, os alunos apresentaram um gráfico de setores, a seguir.

Gráfico 1 – Dados da situação-problema

Fonte: Própria.

Os gráficos nos seus mais diversos tipos podem ser recursos didáticos relevantes se trabalhados pelo professor a partir de uma metodologia que desperte no alunado o prazer pela matemática investigativa, inventiva, criativa, crítica e analítica. Esse tipo de trabalho deve possibilitar um contínuo aprimoramento de novos conhecimentos e que a partir dessas experiências metodológicas, os processos de ensino e de aprendizagem da Probabilidade e Estatística sejam cada vez mais significativos.

PAUSA NA CONVERSA...

As reflexões sobre a BNCC homologada em 2017, se por um lado reforça a necessidade das escolas de obterem orientações mais detalhadas para promover um debate sobre o currículo local/regional, por outro lado, reforça a necessária proposta de formação de professores mais sólidas.

A BNCC, dependendo de como seja apresentada na escola, pode inaugurar um debate reflexivo envolvendo o currículo, as avaliações externas e a formação continuada. Identificamos que a BNCC tem por finalidade a melhoria na qualidade da Educação Básica, e *deve ser respeitada obrigatoriamente ao longo das etapas e respectivas modalidades no âmbito da Educação Básica, pois tem força de lei*. Mas, durante nossas reflexões concluímos que a obrigatoriedade da BNCC não garante efetividade nas práticas pedagógicas em sala de aula, e nem é sinônimo de qualidade na educação. Tais conflitos estão presentes, à medida que multiculturalistas de todas as linhas protestam por maior heterogeneidade no currículo.

As lutas pela hegemonia curricular concentram-se na produção e na distribuição do conhecimento, e nas escolas se presencia um foco crescente em como as próprias funcionam como locais de recontextualização do corpus formal do conhecimento.

Em linhas gerais, as reflexões apontam que a base pressupõe dois rumos importantes os quais compreendem por um lado a formação inicial e continuada, e por outro a elaboração de materiais didáticos curriculares que visem promover os processos de ensino e de aprendizagem no que se refere os objetos de conhecimento matemáticos detalhados na BNCC.

Por toda essa necessidade de contínua discussão sobre o currículo, as reformas curriculares não cessam com a BNCC, mas esse documento inaugura uma nova era nas escolas básicas que incluem repensar a forma de ensinar e aprender, com implicações na formação docente, tendo em vista que é a primeira vez na história do Brasil que se elabora um currículo nacional de base comum.

Concluímos que a política que envolve produção, distribuição e recepção do conhecimento curricular é intensa e complexa, e que as disputas pelo currículo – sobre quais experiências serão representadas como válidas ou qual língua ou história será ensinada – são constantes.

Apresentamos uma síntese do que é uma ação formativa fundamentada na metodologia de ensino Sequência Fedathi. Procuramos ressaltar os principais elementos (princípios e pressupostos), destacando os que devem ser efetivamente mais explorados, destacamos a importância do trabalho pedagógico envolvendo: *o antes, o durante e o depois de uma aula*, bem como a postura

do professor de matemática, como eixo central, visando sempre uma relação de *aprender a aprender* considerando o tripé: professor-conhecimento-aluno, para o *aprender para ensinar*.

A essência da formação nos pressupostos da metodologia da SF está em otimizar o processo de ensino de maneira a levar os alunos a desenvolverem o raciocínio matemático, levando-os a construir seus conceitos a partir das experimentações e constatações feitas durante todo o processo de desenvolvimento da metodologia, de modo a vivenciarem a mesma atmosfera do trabalho desenvolvido pelo matemático.

Uma das dificuldades dos professores da educação básica em participar de um processo de formação continuada, é o processo de liberação das redes de ensino, mas a ida deles à universidade foi positiva, do ponto de vista formativo. Os principais beneficiados com essas formações, não são os docentes, mas sim os alunos, pois esses profissionais mais motivados, valorizados e qualificados passam a pensar com mais criatividade sobre a educação e conseqüentemente, melhoram sua *práxis*.

Foi importante perceber os sentimentos que os cursistas expressavam durante a formação, ficou evidente que eles valorizavam: (a) o retorno à universidade; (b) o acolhimento dos cursistas pelos professores e coordenadores; (c) a aproximação da prática escolar com as práticas pensadas na academia; e (d) a importância da metodologia SF na formação docente, a partir de suas próprias demandas.

Dada as inovações e exigências a partir das modificações pelas quais a educação deve passar a partir de questões sociais e culturais, a necessidade de formação de professores reflexivos e críticos, se tornou de grande relevância contemporânea, assim reforçamos a importância de cursos de formação docente, centrados e estruturados em uma metodologia como a SF, na busca pelo fortalecimento do fazer pedagógico e da valorização da profissão professor.

Convidamos aos educadores brasileiros a repensarem seus quefazeres pedagógicos, à luz dos conhecimentos pedagógico e científico, ambos desenvolvidos a partir das experiências sócio-histórico-cultural, por sujeitos com valores ideológicos e éticos diversos, que emergem de uma complexa ação educativa, fundamentados no ser e vir a ser, para inovação.

REFERÊNCIAS

AGRA, Lúcio José de Sá Leitão. Performance e documento, ou o que chamamos por esses nomes? **Revista Brasileira de Estudos da Presença**, Porto Alegre, v. 4, n. 1, p. 60-69, 2014. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/2237-266041937>. Acesso em: 30 jul. 2021.

AGUIAR, Márcia Angela da S.; DOURADO, Luiz Fernandes. **A BNCC na contramão do PNE 2014-2024: avaliação e perspectivas**. Organização: Márcia Angela da S. Aguiar e Luiz Fernandes Dourado. Recife: ANPAE, 2018. [Livro Eletrônico]

BALL, S. Diretrizes Políticas Globais e Relações Políticas Locais em Educação. **Currículo sem fronteiras**, v. 1, n. 2, p. 99-116, 2001. Disponível em: <http://www.curriculosemfronteiras.org/vol1iss2articles/ball.pdf>. Acesso em: 6 nov. 2016.

BALL, Stephen. Performatividades e fabricações na economia educacional: rumo a uma sociedade performativa. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 35, n. 2, p. 37-55, maio/ago. 2010.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Conselho Nacional de Educação/CP. Resolução CNE/CP 2/2017. **Diário Oficial da União**, Brasília, 22 dez. 2017.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Conselho Nacional de Educação/CP. Resolução CNE/CP 2/2017. **Diário Oficial da União**, Brasília, 22 dez. 2017, Seção 1, p. 41-44.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação/CP. **Resolução nº 2, de 1º de julho de 2015**. Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior. Brasília, DF.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Brasil no Pisa 2018**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020. 185 p.: il. [Recurso eletrônico].

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Brasil no Pisa 2018**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020. 185 p.: il. [Recurso eletrônico].

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN)**, nº 9.394/96. Lei nº 12.796, de 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Proposta preliminar. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacional-comum.mec.gov.br>. Acesso em: 5 maio 2019.

BROOKE, N. (org.). **Marcos históricos na reforma da educação**. Belo Horizonte: Fino Traço, 2012.

CAMARGO, Fausto. **A sala de aula inovadora: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo**. Thuinie Daros. Porto Alegre: Penso, 2018.

COLL, C. **Psicopedagógica à elaboração do currículo escolar**. São Paulo: Ática, 1997.

D'AMBROSIO, Beatriz Silva; LOPES, Celi Espasandin. Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **Bolema** [on-line], v. 29, n. 51, p. 1-17, 2015. ISSN 1980-4415.

D'AMORE, B.; RADFORD L. **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos**. Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2017.

FERNANDES, D. Avaliações externas e aprendizagens dos alunos: uma reflexão crítica. **Linhas Críticas**, v. 25, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.26512/lc.v25.2019.24579>. Acesso em: 30 jul. 2021.

FONSCECA, Maria da Conceição Reis; CARDOSO, Cleusa de Abreu. Educação matemática e letramento: textos para ensinar matemática, matemática para ler o texto. In: FONSECA, M. C. F. R. (org.). **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas**. São Paulo: Global, 2004.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

GALVÃO, Elizangela da Silva; NACARATO, Adair Mendes. **O letramento matemático e a resolução de problemas na Provinha Brasil**. Disponível

em: <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/viewFile/849/293>.
Acesso em: 19 jun. 2014.

GOBARA, Shirley Takeco; RADFORD, Luís. **Teoria da objetivação**: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020.

KAMII, C. **A criança e o número**: implicações da teoria de Piaget. Campinas: Papirus, 1990.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologias**: o novo ritmo da informação. Brasil: Papirus Editora, 2003.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LOPES, C. A. E. **A probabilidade e estatística no Ensino Fundamental**: uma análise curricular. 1998. Dissertação (Mestrado) – FE/UNICAMP, Campinas, 1998.

MORIN, Edgar. **Educar na era planetária**: o pensamento complexo como método de aprendizagem no erro e na incerteza humana. Elaborado para a Unesco por Edgar Morin, Emilio Roger Ciurana, Raúl Domingo Motta; tradução Sandra Trabucco Valenzuela; revisão técnica da tradução Edgard de Assis Carvalho. São Paulo: Cortez; Brasília, DF: UNESCO, 2003.

NACARATO, Adair. **Escrita, leitura e ensino da matemática**. Adair Nacarato, Universidade de São Francisco, SP, em entrevista ao grupo CONTAR. Natal, RN, EDUFRN, ano I, n. 1, out./jan. 2012.

NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espassandin (org.). **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

ORLANDI, Eni Pulcinelli. **Análise do discurso**: princípios e procedimentos. 3. ed. Campinas: Pontes, 2001.

PIAGET, J. **A equilibração das estruturas cognitivas**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976.

RADFORD, L. A Teoria da Objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática. In: MORETTI, Vanessa Dias; CEDRO, Wellington

Lima (org.). **Educação matemática e a teoria histórico-cultural**: um olhar sobre as pesquisas. Campinas: Mercado das Letras, 2017a. p. 229-261.

RADFORD, L. **Cognição Matemática**: História, Antropologia e Epistemologia. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2012.

RADFORD, L. The semiotics of the schema. Kant, Piaget, and the Calculator. In: HOFFMANN, M. H. G.; LENHARD, J.; SEEGER, F. (ed.). **Activity and Sign**. Grounding Mathematics Education. New York: Springer, 2005. p. 137-152.

RADFORD, L. **The theory of objectification**: a Vygotskian perspective on knowing and becoming in mathematics teaching and learning. Brill/Sense: Leiden, The Netherlands, 2021.

SANTOS, C. R. **O tratamento da informação**: currículos prescritos, formação de professores e implementação na sala de aula. 2005. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SANTOS, Maria José Costa dos. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Plano Nacional de Educação (PNE): reflexões sobre currículo e a formação docente. p. 32. In: VIIICIBEM, 2017, Madrid. LIBRO DE RESÚMENES. Madrid: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas, 2017. v. 1, p. 32-32.

SANTOS, Maria José Costa dos. A formação do professor de matemática: metodologia sequência fedathi (sf). **Revista Lusófona de Educação**, [s. l.], v. 38, n. 38, mar. 2018. ISSN 1646-401X. Disponível em: <http://revistas.ulsofona.pt/index.php/rleducacao/article/view/6261>. Acesso em: 18 set. 2021.

SANTOS, Maria José Costa dos. A formação do professor de matemática: metodologia sequência fedathi (sf). **Revista Lusófona de Educação**, [s. l.], v. 38, n. 38, mar. 2018. ISSN 1646-401X. Disponível em: <http://revistas.ulsofona.pt/index.php/rleducacao/article/view/6261>. Acesso em: 25 apr. 2019.

SANTOS, Maria José Costa dos. Currículo, Formação e Políticas Públicas. **Revista Diálogos em Educação**, v. 1, p. 28-40, 2020.

SANTOS, Maria José Costa dos. O currículo de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental na base nacional comum curricular (BNCC): os subalternos falam? **Horizontes**, v. 36, p. 132-143, 2018.

SANTOS, Maria José Costa dos. O currículo de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental na base nacional comum curricular (BNCC): os subalternos falam? **Horizontes**, v. 36, p. 132-143, 2018.

SANTOS, Maria José Costa dos. **Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas: desafio para a formação inicial**. 2007. 134 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Fortaleza, CE, 2007.

SILVA, T. T. **Documentos de identidade**: uma introdução às teorias do currículo. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

SOARES, Magda Becker. **Letramento**: um tema em três gêneros. Belo Horizonte: Autêntica, 1998. v. 1, p. 190.

SOARES, Magda Becker. O que é letramento. **Diário do grande ABC**, Santo André, São Paulo, 2003. Disponível em: <http://www.verzeri.org.br/artigos/003.pdf>. Acesso em: 19 jun. 2014.

SOUSA, Francisco Edisom Eugenio de. **A pergunta como estratégia de mediação didática no ensino de matemática por meio da Sequência Fedathi**. 2015. 282 f.: il. color., enc.; 30 cm.

SOUZA, José Eduardo Pereira de. **Avaliação em Larga Escala, o senso comum, críticas e ponderações**. DOI: <https://doi.org/10.36311/2447-780X.2019.v5n2.11.p139>. Acesso em: 30 jul. 2021.

VYGOTSKY, L. S. A aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 12. ed. São Paulo: Editora Ícone, 2012. p. 103-117.

Editora CRV - Proibida a impressão e/ou comercialização

ÍNDICE REMISSIVO

A

Anos iniciais 13, 14, 30, 38, 39, 40, 41, 42, 49, 52, 60, 61, 62, 63, 99, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 142, 143

Atribuição de significados 40, 57

B

Base Nacional Comum Curricular 13, 15, 32, 39, 47, 52, 54, 58, 62, 139, 140, 142, 143

BNCC 13, 14, 15, 32, 38, 39, 47, 52, 53, 54, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 68, 109, 134, 137, 139, 142, 143

C

Competências 14, 32, 34, 38, 46, 47, 48, 53, 54, 55, 58, 62, 63, 72, 73, 134

Conhecimento lógico 26, 67, 72, 87, 90

Consciência 22, 31, 32, 33, 35, 40, 46, 49, 55, 57, 59, 72, 73, 75, 78

Construtor de sentidos 41, 57, 59

Conteúdos matemáticos 13, 14, 25, 26, 27, 47, 49, 62, 63, 64, 75, 92, 99, 116, 117, 118, 120, 122

D

Desenvolvimento do pensamento 40, 57, 65, 66, 70, 73, 108, 109, 110, 112, 113, 131

Desenvolvimento econômico 33, 45, 72

E

Educação básica 15, 16, 29, 38, 40, 41, 42, 49, 52, 53, 54, 58, 62, 63, 64, 89, 98, 107, 119, 137, 138

Empobrecimento do currículo 53, 63

Enfoques instrumentais 54, 58

Ensino fundamental 13, 14, 18, 29, 30, 38, 39, 40, 41, 42, 47, 52, 61, 62, 63, 71, 99, 106, 107, 108, 109, 110, 119, 120, 123, 141, 142, 143

F

Formação do professor 16, 40, 43, 44, 57, 61, 142

H

Habilidades 14, 34, 35, 38, 42, 46, 47, 48, 49, 53, 54, 58, 61, 62, 63, 65, 67, 70, 71, 72, 73, 93, 113, 131, 140

L

Lógica de mercado 37, 53

M

Matrizes curriculares 15, 27, 28, 54, 58, 60, 62

Metodologia 13, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 28, 29, 30, 41, 43, 64, 68, 69, 96, 103, 104, 105, 106, 110, 113, 127, 133, 136, 137, 138, 141, 142

Mudanças qualitativas 52, 57

O

Olhar analítico 54, 58

P

Pensamento lógico 40, 57, 66, 70, 73

Políticas educacionais 37, 52

Postura do docente 17, 110

Processos de ensino e de aprendizagem 11, 17, 24, 30, 35, 38, 41, 43, 50, 52, 57, 61, 99, 127, 136, 137

Professor tradicional ou intuicionista 44, 57

R

Raciocínio lógico-matemático 46, 48, 72, 97

Responsabilidade do professor 46, 69

S

Sala de aula tradicional 16, 43, 56

Sensibilidade 40, 57, 59

T

Tecnicismo 54, 58

Editora CRV - Proibida a impressão e/ou comercialização

SOBRE O LIVRO

Tiragem não comercializada

Formato: 16 x 23 cm

Mancha: 12,3 x 19,3 cm

Tipologia: Times New Roman 10,5/11,5/13/16/18

Arial 8/8,5

Papel: Pólen 80 g (miolo)

Royal Supremo 250 g (capa)